高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：92.11.07							
範圍	2-3 空間向量	班級		姓名		得分	
		座號					

一、選擇題：每題 8 分

1. (　　) 下列那一組角可為空間一向量的方向角？(複選)

(A)$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{4}$，$\frac{2\pi}{3}$　(B)$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$　(C)$\frac{\pi}{3}$，$-\frac{\pi}{3}$，$\frac{2\pi}{3}$　(D)60°，70°，80°　(E)$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{4}$，$\frac{4\pi}{3}$

Ans：(A)(B)

解析：

(A)是；因$\cos^2\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{4}+\cos^2\frac{2\pi}{3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=1$

(B)是；因$\cos^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{2}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+0=1$

(C)不是；因$-\frac{\pi}{3}<0$，不在$[0，\pi]$區間內

(D)不是；因$\cos^2 60°+\cos^2 70°+\cos^2 80°<\cos^2 60°+\cos^2 60°+\cos^2 60°=\frac{3}{4}<1$

(E)不是；因$\frac{4\pi}{3}>\pi$

2. (　　) 空間中三點 A，B，C，下列何者使 A，B，C 三點共線？(複選)

(A) $\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-3\overrightarrow{OC}=\vec{0}$　(B) $3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$　(C) $2\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$

(D) $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{4}{3}\overrightarrow{OB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}=\vec{0}$　(E) $\overrightarrow{OA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

Ans：(A)(C)(E)

解析：

(A) $\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-3\overrightarrow{OC}=\vec{0}\ \Rightarrow\ \overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$　∴　A，B，C 共線

(B) $3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}\ \Rightarrow\ \overrightarrow{OA}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$　∵　$-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}\neq 1$

∴　A，B，C 不共線

(C) $2\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}\ \Rightarrow\ \overrightarrow{OB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$ ∴　A，B，C 共線

(D) $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{4}{3}\overrightarrow{OB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}=\vec{0}\ \Rightarrow\ \overrightarrow{OC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{4}{2}\overrightarrow{OB}$ ∵　$\frac{1}{2}+\frac{4}{2}=\frac{5}{2}\neq 1$

∴　A，B，C 不共線

(E) $\overrightarrow{OA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$　∵　$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=1$　∴　A，B，C 共線

注意：設 A，B，C 為空間中三點，O 為任一點，

(1) $\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，則 A，B，C 共線 $\Leftrightarrow$ $x+y=1$

(2) $x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，則 A，B，C 共線 $\Leftrightarrow$ $x+y+z=0$

3. (　　) 空中三點 $P(6，-4，4)$，$Q(2，1，2)$，$R(3，-1，4)$， 則下列何者正確？

(A) $\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{QR}=18$　(B) $\cos\angle PQR=\dfrac{-1}{\sqrt{5}}$　(C) $\sin\angle PQR=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

(D) P 點到直線 QR 的距離爲 3　(E)$\triangle PQR$ 的面積 $=\dfrac{9}{2}$

Ans： (A)(B)(D)(E)

解析：

$\because$ $P(6，-4，4)$，$Q(2，1，2)$，$R(3，-1，4)$

$\therefore$ $\overrightarrow{QP}=(4，-5，2)$，$\overrightarrow{QR}=(1，-2，2)$

(1) $\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{QR}=4\times1+(-5)(-2)+2\times2=4+10+4=18$ $\therefore$ (A)爲真

(2) $\cos\angle PQR=\dfrac{\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{QR}}{|\overrightarrow{QP}||\overrightarrow{QR}|}=\dfrac{18}{\sqrt{45}\sqrt{9}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ $\therefore$ (B)不真

但 $\sin\angle PQR=\sqrt{1-(\dfrac{2}{\sqrt{5}})^2}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ $\therefore$ (C)爲真

(3) P 點到 $\overleftrightarrow{QP}$ 的距離 d 爲 $|\overrightarrow{QP}|\sin\angle PQR=\sqrt{45}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{5}}=3$ $\therefore$ (D)爲真

(4)$\triangle PQR$ 的面積 $=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{QP}|\cdot d=\dfrac{1}{2}\times3\times3=\dfrac{9}{2}$ $\therefore$ (E)爲真

二、填充題；每格 10 分，

1. 設$A(2，1，-2)$，$B(2+3\sqrt{2}，-2，1)$，則 $\overrightarrow{AB}$ 的方向角爲__________。

Ans： $\dfrac{\pi}{4}，\dfrac{2\pi}{3}，\dfrac{\pi}{3}$

解析：

$\because$ $\overrightarrow{AB}=(3\sqrt{2}，-3，3)=3(\sqrt{2}，1，1)$，$\overline{AB}=6$。

而 $\cos\alpha=\dfrac{3\sqrt{2}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\alpha=\dfrac{\pi}{4}$，　$\cos\beta=\dfrac{-3}{\overline{AB}}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\beta=\dfrac{2\pi}{3}$，

$\cos\gamma=\dfrac{3}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\gamma=\dfrac{\pi}{3}$，　$\therefore$ $\overrightarrow{AB}$ 的方向角$\alpha，\beta，\gamma=\dfrac{\pi}{4}，\dfrac{2\pi}{3}，\dfrac{\pi}{3}$

2. 設空間向量$\vec{a}$的方向角爲α，β，γ，

(1) $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=$_______________。

(2) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=$________________。

(3) $\cos2\alpha+\cos2\beta+\cos2\gamma=$______________ 。

Ans：(1) 1　(2) 2　(3) -1

解析：令$\vec{a}=(\ell，m，n)$　∴　$|\vec{a}|=\sqrt{\ell^2+m^2+n^2}>0$。$\cos\alpha=\dfrac{\ell}{|\vec{a}|}$，$\cos\beta=\dfrac{m}{|\vec{a}|}$，$\cos\gamma=\dfrac{n}{|\vec{a}|}$

∴(1) $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

(2) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=1-\cos^2\alpha+1-\cos^2\beta+1-\cos^2\gamma=2$

(3) $\cos2\alpha+\cos2\beta+\cos2\gamma=2\cos^2\alpha-1+2\cos^2\beta-1+2\cos^2\gamma-1=-1$

3. 設三向量$\vec{a}=(1，2，\lambda-1)$，$\vec{b}=(4，1，-\lambda)$，$\vec{c}=(-1，2，\lambda+3)$兩兩互相垂直，則實數 λ 之值爲__________。

Ans：-2

解析：

$\vec{a}\perp\vec{b}$　$\Rightarrow$　$(1，2，\lambda-1)\cdot(4，1，-\lambda)=0$　$\Rightarrow$　$\lambda=3$ 或 $\lambda=-2$

$\vec{b}\perp\vec{c}$　$\Rightarrow$　$(4，1，-\lambda)\cdot(-1，2，\lambda+3)=0$　$\Rightarrow$　$\lambda=-1$ 或 $\lambda=-2$

$\vec{c}\perp\vec{a}$　$\Rightarrow$　$(-1，2，\lambda+3)\cdot(1，2，\lambda-1)=0$　$\Rightarrow$　$\lambda=0$ 或 $\lambda=-2$

由以上得 $\lambda=-2$

4. 設$\vec{a}=(2，1，3)$，$\vec{b}=(1，-2，4)$，$\vec{c}=(2，5，1)$，已知$(\vec{a}+t\vec{b})\perp\vec{c}$，則實數$t=$__________。

Ans：3

解析：$(\vec{a}+t\vec{b})=(2+t，1-2t，6+4t)$

$(\vec{a}+t\vec{b})\cdot\vec{c}=0$　$\Rightarrow$　$2(2+t)+5(1-2t)+(3+4t)$　$\Rightarrow$　$t=3$

5. 設a，b，c均爲正數且$a+b+c=9$，則$\dfrac{4}{a}+\dfrac{9}{b}+\dfrac{16}{c}$之最小值爲__________

Ans：9

解析：

$$(\frac{4}{a}+\frac{9}{b}+\frac{16}{c})(a+b+c)\geq(\frac{2}{\sqrt{a}}\cdot\sqrt{a}+\frac{3}{\sqrt{b}}\cdot\sqrt{b}+\frac{4}{\sqrt{c}}\cdot\sqrt{c})^2$$

$$\Rightarrow\quad(\frac{4}{a}+\frac{9}{b}+\frac{16}{c})\cdot9\geq(2+3+4)^2=81\quad\Rightarrow\quad\frac{4}{a}+\frac{9}{b}+\frac{16}{c}\geq\frac{81}{9}=9$$

6. 設x，y，$z\in R$，$2x+2y+z+8=0$，則$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2$之最小值爲__________

Ans：9

解析；

$2x+2y+z+8=0$　$\Rightarrow$　$2(x-1)+2(y+2)+(z-3)=-9$，

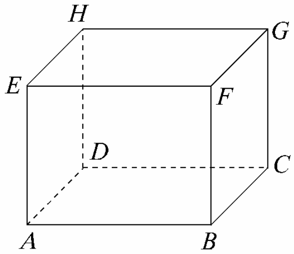
$[2(x-1)+2(y+2)+(z-3)]^2\leq[(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2]\cdot(2^2+2^2+1^2)$

$$\Rightarrow\quad (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2\geq\frac{(-9)^2}{9}=9$$

7. 如下圖，長方體$ABCD-EFGH$中$\overline{AB}=4$，$\overline{AC}=2$， $\overline{AE}=3$，則$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{CH}$ $=$ ＿＿＿＿＿＿。

Ans： -7

解析：



建立空間坐標系，

令 $D(0，0，0)$，$A(2，0，0)$，$C(0，4，0)$，$H(0，0，3)$

$\therefore\quad G(0，4，3)$， $\overrightarrow{AG}=(-2，4，3)$， $\overrightarrow{CH}=(0，-4，3)$

$\therefore\quad \overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{CH}=(-2，4，3)\cdot(0，-4，3)=0-16+9=-7$

8.. 設$A(2，1，-2)$，$B(2+3\sqrt{2}，-2，1)$，則$\overrightarrow{AB}$的方向角爲＿＿＿＿＿＿。

Ans： $\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}$

解析：

$\because\quad \overrightarrow{AB}=(3\sqrt{2}，-3，3)=3(\sqrt{2}，1，1)$， $\overline{AB}=6$。

而 $\cos\alpha=\frac{3\sqrt{2}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\ \Rightarrow\ \alpha=\frac{\pi}{4}$，$\cos\beta=\frac{-3}{\overline{AB}}=-\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ \beta=\frac{2\pi}{3}$，

$\cos\gamma=\frac{3}{\overline{AB}}=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ \gamma=\frac{\pi}{3}$ $\quad\therefore\quad \overrightarrow{AB}$的方向角$\alpha$，$\beta$，$\gamma=\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}$

9. 設$A(4，1，3)$，$B(6，4，3)$，$C(1，-3，3)$爲空間中三點

(1)$\triangle ABC$的重心坐標爲＿＿＿＿＿＿。

(2)設$P\in\overline{AB}$ 且 $\overline{AP}:\overline{BP}=2:5$，則$P$點坐標爲＿＿＿＿＿＿。

(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

(4)$\triangle ABC$的面積爲＿＿＿＿＿＿。

Ans： (1)$(\frac{11}{3},\frac{2}{3},3)$ (2)$(\frac{32}{7},\frac{13}{7},3)$ (3)-18 (4)$\frac{1}{2}$

$A(4，1，3)$，$B(6，4，3)$，$C(1，-3，3)$

(1)設$\triangle ABC$ 的重心 $G(x，y，z)$，則 $x=\frac{4+6+1}{3}=\frac{11}{3}$，$y=\frac{1+4-3}{3}=\frac{2}{3}$，$z=\frac{3+3+3}{3}=3$

$\therefore\quad G(\frac{11}{3},\frac{2}{3},3)$

(2) $\because$ $P \in \overline{AB}$ 且 $\overline{AP}:\overline{BP} = 2:5$，令 $P(a，b，c)$

$\therefore$ 由分點公式得 $a=\dfrac{5\cdot 4+2\cdot 6}{2+5}=\dfrac{32}{7}$ ，$b=\dfrac{5\cdot 1+2\cdot 4}{2+5}=\dfrac{13}{7}$ ，

$c=\dfrac{5\cdot 3+2\cdot 3}{2+5}=\dfrac{21}{7}=3$ $\therefore$ $P(\dfrac{32}{7},\dfrac{13}{7},3)$

(3) $\because$ $\overrightarrow{AB}=(2，3，0)$，$\overrightarrow{AC}=(-3，-4，0)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\times(-3)+3\times(-4)+0\times 0=-18$

(4) $\triangle ABC$ 的面積$=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\overline{AB}|^2|\overline{AB}|^2-(\overline{AB}\cdot\overline{AC})^2}=\dfrac{1}{2}$

10. 設 $A(4，1，3)$，$B(6，3，4)$，$C(4，5，6)$爲空間中三點，$\triangle ABC$ 中，$\angle A$ 的分角線交 $\overline{BC}$ 於 D 點，外角平分線交直線 BC 於 E 點，求 D，E 之坐標。

Ans： $D(\dfrac{21}{4}，\dfrac{15}{4}，\dfrac{19}{4})$，$E(9，0，1)$

$\overline{AB}=\sqrt{(6-4)^2+(3-1)^2+(4-3)^2}=3$，$\overline{AC}=\sqrt{0^2+4^2+3^2}=5$，

(1)設D點坐標爲$(x_1，y_1，z_1)$

$\because$ $\angle A$之分角線$\overline{BC}$於D $\therefore$ $\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DC}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{5}$

由分點公式 $x_1=\dfrac{5\times 6+3\times 4}{3+5}=\dfrac{21}{4}$ ，$y_1=\dfrac{5\times 3+3\times 5}{3+5}=\dfrac{15}{4}$ ， $z_1=\dfrac{5\times 4+3\times 6}{3+5}=\dfrac{19}{4}$

$\therefore$ $D(\dfrac{21}{4}，\dfrac{15}{4}，\dfrac{19}{4})$

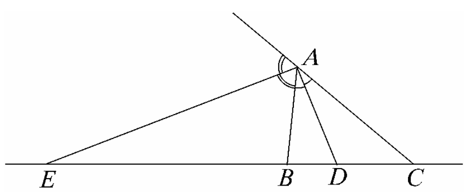
(2)設E點坐標爲$(x_2，y_2，z_2)$

$\because$ E是$\angle A$之分角線平分線與直線BC之交點 $\therefore$ $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{CE}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{5}$

$\because$ $E-B-C$ $\therefore$ $\overline{EB}:\overline{BC} = 3:2$

由分點公式 $6=\dfrac{2x_2+3\times 4}{3+2}$，$3=\dfrac{2y_2+3\times 5}{3+2}$，$4=\dfrac{2z_2+3\times 6}{3+2}$

$\Rightarrow$ $x_2=9$，$y_2=0$，$z_2=1$，故$E(9，0，1)$



11. 有一向量$\overrightarrow{AB}$，其終點B坐標爲(7，6，$-$5)，$\overrightarrow{AB}$與x軸，y軸，z軸正向的夾角分別爲 45°，60°，γ(其中 $90° < \gamma < 180°$)，若 $|\overrightarrow{AB}| = 9$，則$\overrightarrow{AB}$始點$A$的坐標爲＿＿＿＿＿＿。

Ans： $(7-\frac{9}{\sqrt{2}},\frac{3}{2},-\frac{1}{2})$

解析：設$\overrightarrow{AB}$的始點$A(x，y，z)$，則$\overrightarrow{AB} = (7-x，6-y，-5-z)$

$\because$ $|\overrightarrow{AB}| = 9$ 且方向角爲 45 °，60 °，γ $\Rightarrow$ $\cos^2 45° + \cos^2 60° + \cos^2\gamma = 1$

$\Rightarrow$ $\cos^2\gamma = \frac{-1}{2}$ ($\because$ $90° < \gamma < 180°$)

$\therefore$ $\overrightarrow{AB} = (|\overrightarrow{AB}|\cos 45°，|\overrightarrow{AB}|\cos 60°，|\overrightarrow{AB}|\cos\gamma) = (9\cos 45°，9\cos 60°，9\cos\gamma)$

故 $7-x = 9\cos 45°$，$6-y = 9\cos 60°$，$-5-z = 9\cos\gamma$

$\therefore$ $x = 7-\frac{9}{\sqrt{2}}$，$y = 6-\frac{9}{2} = \frac{3}{2}$，$z = -5+\frac{9}{2} = -\frac{1}{2}$　故A的坐標爲$(7-\frac{9}{\sqrt{2}},\frac{3}{2},-\frac{1}{2})$

12. 設$\vec{a} = (1，0，2)$，$\vec{b} = (2，-1，1)$，求與$\vec{a}$，$\vec{b}$ 同時垂直且長$\sqrt{2}$的向量

Ans： $\pm(\frac{2}{\sqrt{7}},\frac{3}{\sqrt{7}},\frac{-1}{\sqrt{7}})$

解析：

$\vec{a} = (1，0，2)$，$\vec{b} = (2，-1，1)$的外積

$\vec{a}\times\vec{b} = (\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}) = (2，3，-1)$爲垂直$\vec{a}$與$\vec{b}$ 的一向量

$|\vec{a}\times\vec{b}| = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14}$

$\therefore$ 垂直$\vec{a}$與$\vec{b}$ 的單位向量爲$\pm\frac{\vec{a}\times\vec{b}}{|\vec{a}\times\vec{b}|} = \pm\frac{1}{\sqrt{14}}(2，3，-1)$

而知垂直$\vec{a}$與$\vec{b}$ 且長度$\sqrt{2}$的向量爲$\pm\frac{1}{\sqrt{14}}(2，3，-1) = \pm(\frac{2}{\sqrt{7}},\frac{3}{\sqrt{7}},\frac{-1}{\sqrt{7}})$

13. 有一向量$\vec{a}$，始點在$(1，-5\sqrt{2}，0)$，$|\vec{a}|=10$，方向角爲$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{4}$，$\frac{2\pi}{3}$，試求其終點坐標。

Ans：. (6，0，$-$5)

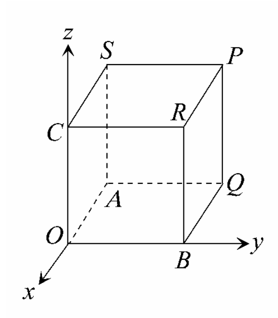
解析：設終點坐標爲$(x，y，z)$，則 $a = (x-1，y+5\sqrt{2}，z)$

$\therefore$ $\frac{x-1}{|\vec{a}|} = \cos\frac{\pi}{3}$ $\Rightarrow$ $\frac{x-1}{10} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $x = 6$，

$$\frac{y+5\sqrt{2}}{|\vec{a}|}=\cos\frac{\pi}{4} \quad\Rightarrow\quad \frac{y+5\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2} \quad\Rightarrow\quad y=0，$$

$$\frac{z}{|\vec{a}|}=\cos\frac{2\pi}{3} \quad\Rightarrow\quad \frac{z}{10}=-\frac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad z=-5$$，故終點坐標爲(6，0，−5)

14. 如下圖所示，正方體各邊(稜)長爲 1，



(1)點P之坐標爲______。

(2)對角線 $\overline{AR}$ 與 $\overline{BS}$ 的一個夾角爲θ，$\sin\theta$ 之值爲__________。

(3)點R至平面BCP的距離爲__________。

Ans： (1)(−1，1，1)　(2) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　(3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

解析：(1)如下圖，$P(-1，1，1)$

(2) $\vec{a}=\overrightarrow{AR}=(1，1，1)$，$\vec{b}=\overrightarrow{BS}=(-1，-1，1)$，$\vec{c}=\overrightarrow{AR}-\overrightarrow{BS}=(2，2，0)$

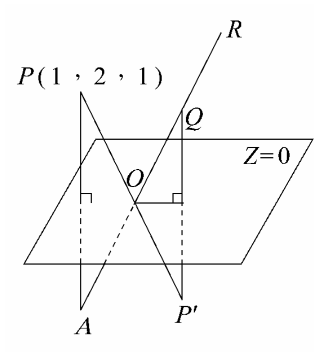
$$\cos\theta=\frac{|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-|\vec{c}|^2}{2|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{3+3-8}{2\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{-1}{3}\ ；\ \therefore\quad \sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(3) $B(0，1，0)$，$C(0，0，1)$，$R(0，1，1)$　　設平面 BCP 方程式 $\pi：\frac{x}{m}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1$，

$P(-1，1，1)$代入得 $m=1 \quad\Rightarrow\quad \pi：x+y+z-1=0 \quad\therefore\quad d(R，\pi)=\frac{|0+1+1-1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

12. 在空間坐標，設 xy 平面爲一鏡面，有一光線通過點 $P(1，2，1)$，射向鏡面上的點 $O(0，0，0)$，經鏡面反射後通過 R，$\overline{OR}=2\overline{OP}$，求 R 的坐標______________。

解析：因入射角等於反射角，故反射線必與入射線的延長線關於鏡面成對稱。



設 P 關於 O 之對稱點 P'，P'關於 xy 平面的對稱點 Q，則 $\overrightarrow{OR}=2\overrightarrow{OQ}$

又 $P'(-1，-2，-1)$，$Q(-1，-2，1)$

$\therefore\quad \overrightarrow{OR}=2\overrightarrow{OQ}=(-2，-4，2)$，即 R 的坐標爲$(-2，-4，2)$