| 高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：92.10.31 | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 範圍 | 2-2 空間坐標 | 班級 | | 姓名 | | 得分 | |
| | | 座號 | | | | | |

※選擇題：每題 8 分

1.(　　) 一線段 $\overline{AB}$ 在 $xy$ 平面，$yz$ 平面，$zx$ 平面上的正射影長分別為 4，$\sqrt{15}$，$\sqrt{21}$，則 $\overline{AB}$ 的長為(A) 5　(B) $\sqrt{21}$　(C) $\dfrac{7}{\sqrt{2}}$　(D) $\sqrt{26}$　(E) $\sqrt{30}$

Ans：. (D)

解析：設 $A(0，0，0)$，$B(a，b，c)$

則 $\sqrt{a^2+b^2}=4$，$\sqrt{b^2+c^2}=\sqrt{15}$，$\sqrt{c^2+a^2}=\sqrt{21}$

$\Rightarrow\quad a^2+b^2=16，b^2+c^2=15，c^2+a^2=21$

$\Rightarrow\quad a^2+b^2+c^2=26$

$\therefore\quad \overline{AB}=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{26}$

2.(　　) 空間一點 $P(1，-2，3)$

(1) $P$ 點到 $xy$ 平面的距離為(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) $\sqrt{5}$　(E) $\sqrt{13}$

(2) $P$ 點到 $yz$ 平面的距離為(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) $\sqrt{5}$　(E) $\sqrt{13}$

(3) $P$ 點到 $x$ 軸的距離為(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) $\sqrt{5}$　(E) $\sqrt{13}$

(4) $P$ 點到 $z$ 軸的距離為(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) $\sqrt{5}$　(E) $\sqrt{13}$

Ans：(1) (C)　(2) (A)　(3) (E)　(4) (D)

解析：$P(a，b，c)=P(1，-2，3)$

$P$ 到 $xy$ 平面的距離 $=|c|=3$

$P$ 到 $yz$ 平面的距離 $=|a|=1$

$P$ 到 $x$ 軸的距離 $=\sqrt{b^2+c^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$

$P$ 到 $z$ 軸的距離 $=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$

3.(　　) 下列有關空間的敘述，何者正確？(複選)

(A)垂直 $x$ 軸的直線上任兩點，必有相同的 $x$ 坐標

(B)垂直 $xy$ 平面的直線上任兩點，必有相同的 $x$ 坐標

(C)點 $A(a，b，c)$到 $x$ 軸的距離為 $\sqrt{b^2+c^2}$

(D)點 $A(a，b，c)$到 $xy$ 平面的距離為 $c$

(E)點 $A(a，b，c)$到原點的距離為$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 。

Ans： (A)(B)(C)(E)

解析： (A)垂直 $x$ 軸的直線上任兩點，必有相同的 $x$ 坐標

(B)垂直 $xy$ 平面的直線上任兩點，必有相同的 $x$ 坐標與相同的 $y$ 坐標

(C)點 $A(a，b，c)$到 $x$ 軸的垂足為 $B(a，0，0)$.$\therefore$ 點 $A$ 到 $x$ 軸的距離為$\sqrt{b^2+c^2}$

(D)點 $A(a，b，c)$到 $xy$ 平面的垂足為$(a，b，0)$.$\therefore$ 點 $A$ 到 $xy$ 平面的距離為$|c|$

(E)點 $A(a，b，c)$到原點 $O$ 的距離為$\overline{OA}=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

4.(　　) 下列有關空間的敘述，何者正確？(複選)

(A)點 $A(a，b，c)$對於 $x$ 軸的射影坐標為$(a，0，0)$

(B)點 $A(a，b，c)$對於 $x$ 軸的對稱點坐標為$(a，-b，-c)$

(C)點 $A(a，b，c)$對於 $xy$ 平的射影坐標為$(a，0，0)$

(D)點 $A(a，b，c)$對於 $xy$ 平面的對稱點坐標為$(a，-b，-c)$

(E)點 $A(a，b，c)$對於原點的對稱點坐標為$(-a，-b，-c)$。

Ans： (A)(B)(E)

解析： (A)(B)點 $A(a，b，c)$對於 $x$ 軸的射影坐標為$(a，0，0)$，對稱點為$(a，-b，-c)$

(C)(D)點 $A(a，b，c)$對於 $xy$ 平面的射影坐標為$(a，b，0)$，對稱點為$(a，b，-c)$

(E)點 $A(a，b，c)$對於原點的對稱點為$(-a，-b，-c)$

5.(　　) 下列有關空間的敘述，何者正確？

(A)點 $A(0，3，4)$在 $z$ 軸上　　　(B)點 $B(0，0，4)$在 $yz$ 平面上

(C)點 $C(0，3，4)$在 $yz$ 平面上　　(D) $xy$ 平面的方程式為 $z=0$

(E) $x$ 軸的方程式為 $y=0，z=0$。

Ans： (B)(C)(D)(E)

解析：(A) $z$ 軸上的點為$(0，0，c)$型　$\therefore$　$A(0，3，4)$不在 $z$ 軸上

(B) $yz$ 平面上的點為$(0，b，c)$型　$\therefore$　$B(0，0，4)$在 $yz$ 平面上

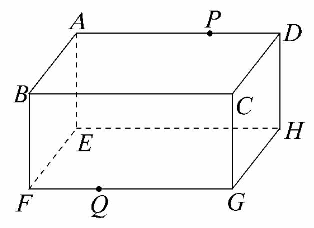
(C)由(B)　$\therefore$　點 $C(0，3，4)$在 $yz$ 平面上

(D) $xy$ 平面上的點為$(a，b，0)$型，其方程式為 $z=0$

(E) $x$ 軸上的點為$(a，0，0)$型，其方程式為 $y=0，z=0$

## 二、 填充題 (每題 10 分)

1. 長方體$ABCD-EFGH$（如右圖）中，$\overline{AB}=1$，$\overline{AE}=2$，$\overline{AD}=3$，$\overline{PA}=2$，$\overline{FQ}=1$，則$\overline{PQ}$的長為＿＿＿＿＿。



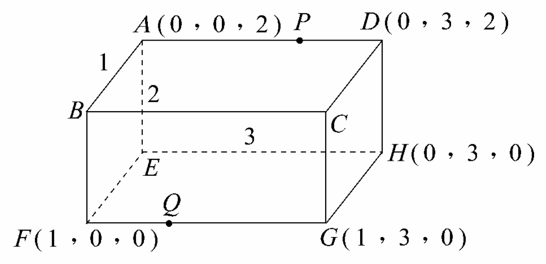

Ans： $\sqrt{6}$

解析：

建立空間坐標，如上圖

令 $E(0,0,0)$，$F(1,0,0)$，$H(0,3,0)$，$A(0,0,2)$

$\therefore$ $G(1,3,0)$，$D(0,3,2) \Rightarrow$ $P(0,2,2)$，$Q(1,1,0)$ $\therefore$ $\overline{PQ}=\sqrt{6}$




2. 設$A(3,-1,2)$，$B(2,1,1)$，若點$P$在$zx$平面上使△$ABP$爲正三角形，則$P$點坐標爲__________或__________。

Ans： $(1,0,3)$或$(4,0,0)$

解析：∵ $P$在$zx$平面上 $\therefore$ 設$P(x,0,z)$，由$\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{AB}$得

$$\sqrt{(x-3)^2+1+(z-2)^2}=\sqrt{(x-2)^2+1+(z-1)^2}=\sqrt{1+4+1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}(x-3)^2+1+(z-2)^2=6\\(x-2)^2+1+(z-1)^2=6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x^2+z^2-6x-4z=-8 \cdots\cdots ①\\x^2+z^2-4x-2z=0 \quad \cdots\cdots ②\end{cases}$$

①－②得 $-2x-2z=-8 \Rightarrow x+z=4$

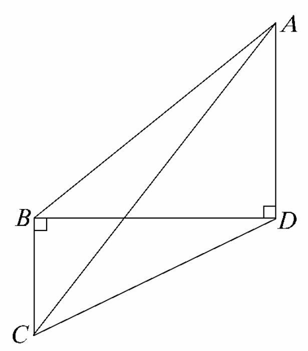
$\therefore$ $z=4-x$代入②得$x^2+(4-x)^2-4x-2(4-x)=0$

$\Rightarrow x^2-5x+4=0 \Rightarrow x=1$ 或$x=4$

$\therefore$ $z=3$ 或$z=0$，故$P(1,0,3)$或$P(4,0,0)$

3. 如右圖，四面體$ABCD$，已知$\overline{BC}\perp\overline{BD}$，$\overline{AD}\perp$ 平面$BCD$，且

$\overline{BC}=7$，$\overline{AB}=24$，$\overline{AD}=15$，




(1) $\overline{AC}$的長度爲__________。

(2)若平面$ABD$和平面$ACD$所夾二面角的度量爲$\theta$，則$\sin\theta$ 的值爲__________。

Ans： (1) 25 (2)$\dfrac{7}{20}$

解析：(1) $\overline{AD}\perp$ 平面$BCD$ $\Rightarrow$ $\overline{AD}\perp\overline{BD}$，$\overline{AD}\perp\overline{CD}$

已知$\overline{AB}=24$，$\overline{AD}=15$ $\therefore$ $\overline{BD}^2=24^2-15^2=351$

又$\overline{BC}\perp\overline{BD}$ $\Rightarrow$ $\overline{CD}^2=\overline{BD}^2=351+49=400$

$\therefore$ $\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{CD}^2=15^2+400=25^2 \Rightarrow \overline{AC}=25$

(2)因 $\overline{AD}\perp\overline{BD}$，$\overline{AD}\perp\overline{CD}$ $\Rightarrow$ $\angle BDC$為二面角$B-AD-C$的平面角，

即$\angle BDC=\theta$ $\therefore$ $\sin\theta=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{DC}}=\dfrac{7}{20}$

4. 平面$E$與平面$F$所夾銳角 $\theta$，$E$上一個三角形的邊長分別為 5，12，13，且此三角形在平面$F$上的正射影也是一個三角形，其面積為 $15\sqrt{3}$，則

$\theta=$ ________。

Ans： $\theta=30°$

解析：邊長 5，12，13 的三角形為直角三角形，其面積 $=\dfrac{1}{2}\times5\times12=30$

$\therefore$ $30\cos\theta=15\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，知$\theta=30°$

5. 正四面體$ABCD$，已知$B$，$C$，$D$的坐標分別為

$B(0，0，0)$，$C(1，0，0)$，$D(x，y，0)$，其中$x$，$y$皆為正，則

(1) $D$的坐標為________。 (2) $A$的坐標為________。

(3) $A$在底面$BCD$上正射影為$H$，則$H$的坐標為________。

Ans： (1) $D(\dfrac{1}{2}，\dfrac{\sqrt{3}}{2}，0)$ (2) $A(\dfrac{1}{2}，\dfrac{\sqrt{3}}{6}，\dfrac{\sqrt{6}}{3})$或 $A(\dfrac{1}{2}，\dfrac{\sqrt{3}}{6}，-\dfrac{\sqrt{6}}{3})$ (3) $H(\dfrac{1}{2}，\dfrac{\sqrt{3}}{6}，0)$

解析：$ABCD$為正四面體，$B(0，0，0)$，$C(1，0，0)$，$D(x，y，0)$

(1) $\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{BC}=1$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2+y^2}=1 \text{ 且 } \sqrt{(x-1)^2+y^2}=1 \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=1 & \cdots\cdots ① \\ (x-1)^2+y^2=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

① − ②得 $2x-1=0$ $\therefore$ $x=\dfrac{1}{2}$代入①得$y^2=1-(\dfrac{1}{2})^2=\dfrac{3}{4}$

$\Rightarrow$ $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$（$\because$ $x$，$y$皆正） $\therefore$ $D(\dfrac{1}{2}，\dfrac{\sqrt{3}}{2}，0)$

(2)設$A(a，b，c)$，則由$\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}=\overline{BC}=1$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{(a-1)^2+b^2+c^2}=\sqrt{(a-\frac{1}{2})^2+(b-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+c^2}=1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2=1 & \cdots\cdots ① \\ (a-1)^2+b^2+c^2=1 & \cdots\cdots ② \\ (a-\frac{1}{2})^2+(b-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+c^2=1 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

① − ②得 $2a-1=0$ $\Rightarrow$ $a=\dfrac{1}{2}$

①－③得$a-\frac{1}{4}+\sqrt{3}\,b-\frac{3}{4}=0 \Rightarrow \frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\sqrt{3}\,b-\frac{3}{4}=0 \Rightarrow b=\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$

由① $\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+c^2=1 \Rightarrow c^2=1-\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{2}{3}$ ∴ $c=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

故$A(\frac{1}{2}，\frac{\sqrt{3}}{6}，\frac{\sqrt{6}}{3})$或$A(\frac{1}{2}，\frac{\sqrt{3}}{6}，-\frac{\sqrt{6}}{3})$

(3)∵ 頂點$A$在底面$BCD$上的正射影$H$為△$BCD$的重心 ∴ $H(\frac{1}{2}，\frac{\sqrt{3}}{6}，0)$

6.設$A(2，-1，5)$，$B(5，4，-3)$，$C(-1，3，4)$，$D(2，6，-2)$，$P(a，b，c)$，則$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2+\overline{PD}^2$的最小值為＿＿＿＿＿。

Ans： 94

解析：$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2+\overline{PD}^2=(a-2)^2+(b+1)^2+(c-5)^2+(a-5)^2+(b-4)^2+(c+3)^2+$

$(a+1)^2+(b-3)^2+(c-4)^2+(a-2)^2+(b-6)^2+(c+2)^2$

$=4(a-2)^2+4(b-3)^2+4(c-1)^2+94\geq 94$

∴ 最小值為 94

【注意】此時點$P$之坐標為

$(\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}，\frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{4}，\frac{z_1+z_2+z_3+z_4}{4})=(2，3，1)$

7. 設點$A(3，4，5)$，$B(-1，2，1)$，而點$P$在$xy$平面上移動，則△$ABP$的最小周長為＿＿＿＿＿。

Ans： $6+2\sqrt{14}$

解析：$xy$ 平面的方程式為 $z=0$

∴ 點 $A(3，4，5)$，$B(-1，2，1)$在 $xy$ 平面的同側

∵ $A(3，4，5)$對於 $xy$ 平面的對稱點為 $A'(3，4，-5)$

∴ $\overline{PA}+\overline{PB}=\overline{P'A}+\overline{PB}\geq\overline{A'B}=2\sqrt{14}$

∴ △$ABP$ 的周長 $=\overline{AB}+\overline{PA}+\overline{PB}\geq\overline{AB}+2\sqrt{14}=6+2\sqrt{14}$

∴ △$ABP$ 的最小周長為 $6+2\sqrt{14}$

8. 空間中二點$A(1，2，1)$，$B(2，-1，3)$，在$x$軸上一點$P$使$\overline{PA}=\overline{PB}$，則$P$的坐標為＿＿＿＿＿。

Ans： $(4，0，0)$

解析：設$P(x，0，0)$在$x$軸上，$A(1，2，1)$，$B(2，-1，3)$

$\overline{PA}=\overline{PB} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2+2^2+1^2}=\sqrt{(x-2)^2+(-1)^2+3^2}$

$\Rightarrow (x-1)^2+4+1=(x-2)^2+1+9 \Rightarrow 2x=8$ ∴ $x=4$ 故$P(4，0，0)$

9. 設$P$點在第一卦限，而且與$x$軸，$y$軸，$z$軸的距離分別為$\sqrt{52}$，$\sqrt{45}$，5，則$P$點的坐標為__

。

Ans： (3，4，6)

解析：設$P$點坐標為$(x，y，z)$，則由題意知

$$\begin{cases}\sqrt{y^2+z^2}=\sqrt{52}\\ \sqrt{z^2+x^2}=\sqrt{45}\\ \sqrt{x^2+y^2}=5\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y^2+z^2=52\cdots\cdots ①\\ z^2+x^2=45\cdots\cdots ②\\ x^2+y^2=25\cdots\cdots ③\end{cases}$$

① + ② + ③得 $2x^2+2y^2+2z^2=122 \Rightarrow x^2+y^2+z^2=61\cdots\cdots$ ④

④ − ①，④ − ②，④ − ③得$x^2=9$，$y^2=16$，$z^2=36$

$\because$ $P$點在第一卦限$\therefore x>0$，$y>0$，$z>0$ ，則$x=3$，$y=4$，$z=6$，故$P$點坐標為(3，4，6)

10. 空間中$P(a，a，a)$，且$P$點與$A(1，2，3)$的距離為$\sqrt{29}$，則$P$點的坐標為______（兩解）

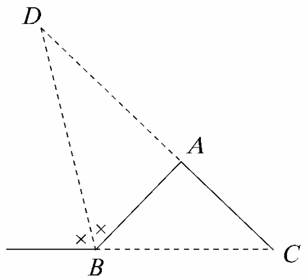
Ans： (−1，−1，−1)，(5，5，5)

解析：$(a-1)^2+(a-2)^2+(a-3)^2=29 \Rightarrow 3a^2-12a-15=0 \Rightarrow a=-1，5$

$\therefore$ $P$為(−1，−1，−1)或(5，5，5)

11. △$ABC$中，$A(4，1，3)$，$B(6，3，4)$，$C(3，1，-2)$，$\angle B$之外角平分線交$AC$於$D$，則$D$點坐標為__________。

Ans： $(\frac{19}{4}，1，\frac{27}{4})$




解析：$A(4，1，3)$，$B(6，3，4)$，$C(3，1，-2)$，$\overline{BA}=3$，$\overline{BC}=7$

$\because$ $D$是$\angle B$之外角平分線與直線$AC$之交點 $\therefore$ $\dfrac{\overline{DA}}{\overline{DC}}=\dfrac{\overline{BA}}{\overline{BC}}=\dfrac{3}{7}$

$\because$ $D$，$A$，$C$在一直線上，由分點公式 $D=\dfrac{7}{7-3}(4，1，3)+\dfrac{-3}{7-3}(3，1，-2)=(\dfrac{19}{4}，1，\dfrac{27}{4})$

12.向量(1，2，2) 之方向角為$\alpha$，$\beta$，$\gamma$，則

(1) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=$ __________。 (2) $7\cos^2\alpha+2\cos^2\beta+3\cos^2\gamma=$ __________。

Ans： (1) 2  (2) 3

解析：(1) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=(1-\cos^2\alpha)+(1-\cos^2\beta)+(1-\cos^2\gamma)$

$=3-(\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma)=2$

(2) $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{1}{3}$，$\cos\beta=\dfrac{2}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{2}{3}$，$\cos\gamma=\dfrac{2}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{2}{3}$

$7\cos^2\alpha+2\cos^2\beta+3\cos^2\gamma=7\cdot\dfrac{1}{9}+2\cdot\dfrac{4}{9}+3\cdot\dfrac{4}{9}=\dfrac{27}{9}=3$

13. 設$A(2，-1，5)$，$B(5，4，3)$，$C(-1，3，4)$，則△$ABC$的重心坐標為__________。

Ans： (2，2，4)

解析：△$ABC$ 的重心坐標爲$\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}，\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}，\dfrac{z_1+z_2+z_3}{3}\right)$

$=\left(\dfrac{2+5-1}{3}，\dfrac{-1+4+3}{3}\ \dfrac{5+3+4}{3}\right)=(2，2，4)$

14. 設點 $A(5，4，7)$，$B(2，6，1)$，$C(-1，1，9)$，求

(1)△$ABC$ 的面積爲____________。 (2)點 $A$ 到 $\overleftrightarrow{BC}$ 的距離爲_____________。

Ans： $\dfrac{49}{2}$ ，$\dfrac{7}{\sqrt{2}}$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\sqrt{\overline{AB}^2\cdot\overline{AC}^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}=\dfrac{49}{2}$

14. 長方體相鄰三邊$\overline{OA}$，$\overline{OB}$，$\overline{OC}$的長分別爲 2，4，3

(1)作$\overline{CH}\perp\overline{AB}$於 $H$，求$\overline{OH}=$___________，$\overline{CH}=$_________。

(2)求△$ABC$ 的面積爲____________。

(3)求點 $O$ 到平面 $ABC$ 的距離爲___________。

Ans： (1)$\overline{OH}=\dfrac{\overline{OA}\cdot\overline{OB}}{\overline{AB}^2}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}$，$\overline{CH}=\sqrt{\overline{OC}^2+\overline{OH}^2}=\sqrt{\dfrac{61}{5}}=\dfrac{\sqrt{305}}{5}$ (2) $\triangle ABC=\sqrt{61}$ (3) $\dfrac{12}{\sqrt{61}}$

15. 已知一正四面體，其中三頂點坐標分別爲 $A(0，0，0)$，$B(2，0，0)$，

$C(1，1，\sqrt{2})$，求另一頂點 $D$ 的坐標爲_________。

Ans： $D(1，-1，\sqrt{2})$或 $D\left(1，\dfrac{5}{3}，-\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)$

解析：設$D(a，b，c)$，由 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}=2$ 知，△$ABC$爲正三角形

∵ $ABCD$爲正四面體 ∴ $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=2$，即$\overline{AD}^2=\overline{BD}^2=\overline{CD}^2=4$

於是得$\begin{cases}a^2+b^2+c^2=4 & \cdots\cdots① \\ (a-2)^2+b^2+c^2=4 & \cdots\cdots② \\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-\sqrt{2})^2=4 & \cdots\cdots③\end{cases}$

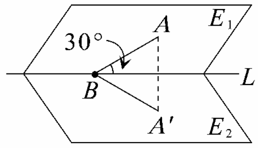
① − ② $4a-4=0\ \Rightarrow\ a=1$

② − ③ $-2a+2b+2\sqrt{2}\,c=0\ \Rightarrow\ b+\sqrt{2}\,c=1\ \Rightarrow\ c=\dfrac{1-b}{\sqrt{2}}$代入①

得 $1+b^2+\dfrac{(1-b)^2}{2}=4\ \Rightarrow\ 3b^2-2b-5=0\Rightarrow\ (b+1)(3b-5)=0$

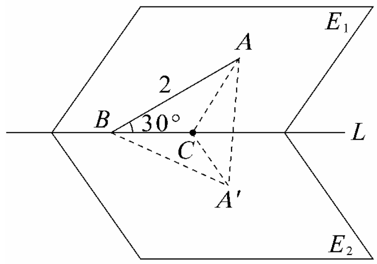
∴ $b=-1$ 或$b=\dfrac{5}{3}\ \Rightarrow\ c=\sqrt{2}$ 或$c=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，故$D(1，-1，\sqrt{2})$或$D\left(1，\dfrac{5}{3}，-\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)$

16. 設$L$爲二平面$E_1$，$E_2$的交線，而$E_1$，$E_2$所成二面角之一爲 60°，若$A$點在$E_1$上，但不在$L$上，$\overline{AB}$ 與$L$所夾銳角爲 30°，$\overline{AB}=2$，試求 $\overline{AB}$ 在$E_2$上的投影 $\overline{A'B}$ 的長度爲____________。




Ans： $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

解析：∵ $A'$ 爲$A$在$E_2$上之正射影 ∴ $\overline{AA'}\perp$ 平面$E_2$




過$A'$ 作$\overline{A'C}\perp$ 直線$L$於$C$，則由三垂線定理

知$\overline{AC}\perp L$於$C$ $\Rightarrow$ $\angle ACA'=60°$

於△$ABC$中，$\overline{BC}=\overline{AB}\cos 30°=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

$\overline{AC}=\overline{AB}\sin 30°=2\times\dfrac{1}{2}=1$

於△$AA'C$中，$\overline{A'C}=\overline{AC}\cos 60°=1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$

於△$A'CB$中，由畢氏定理$\overline{A'B}=\sqrt{\overline{A'C}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{(\dfrac{1}{2})^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{\dfrac{13}{4}}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

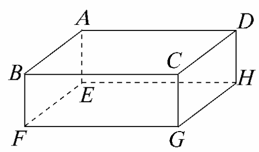
17. 如右圖，一長方體 $ABCD-EFGH$，已知$\overline{AE}=1$，$\overline{AB}=3$，$\overline{AD}=5$，求

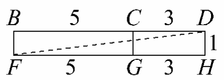
(1)一隻螞蟻從 $F$ 點爬到 $D$ 點，其爬行所經最短的距離爲____________。

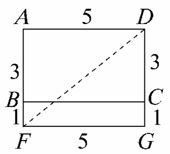
(2)一隻蚊子從 $A$ 到飛到 $G$ 點，其飛行所經最短的距離爲____________。

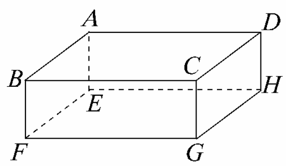
Ans： (1)$\sqrt{41}$ (2)$\sqrt{35}$

解析：




(1) 考慮把平面 $BCGF$ 與 $CGHD$ 攤平；$FGCB$ 與 $CDAB$ 攤平，如上圖

則爬行側面之最短路線長爲$\sqrt{1+(5+3)^2}=\sqrt{65}$

爬行向上之最短路線長爲$\sqrt{5^2+(1+3)^2}=\sqrt{41}$

∴ 所求最短路線長爲$\sqrt{41}$

(2) 飛行所經最短路線長就是對角線 $\overline{AG}$ 之長 $=\sqrt{1^2+3^2+5^2}=\sqrt{35}$