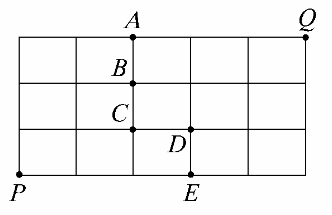
高雄市明誠中學 高三(上)數學複習測驗 日期：92.10.06					
範圍	Book5-chap1 機率與應用	班級	普三 班	姓名	
		座號			

一、單選題



1. 兩軍交戰，甲軍的裝甲車隊從下圖的 P 點循捷徑駛向 Q 點，而且每一捷徑路線被選取的機率相等，今乙軍擬在 A，B，C，D，E 五個地點之一埋伏偷襲，問該選擇何地點較好？
   (A) A 地 (B) B 地 (C) C 地 (D) D 地 (E) E 地

Ans： (C)

解析：裝甲車隊循捷徑自 P 駛向 Q，可有 $\dfrac{8!}{5!\times 3!}=56$ 種路線

$\because$ 由 $P\to A\to Q$ 之走法有 $\dfrac{5!}{3!\times 2!}\times 1=10$ 種

由 $P\to B\to Q$ 之走法有 $\dfrac{4!}{2!\times 2!}\times\dfrac{4!}{3!}=24$ 種

由 $P\to C\to Q$ 之走法有 $\dfrac{3!}{2!}\times\dfrac{5!}{3!\times 2!}=30$ 種

由 $P\to D\to Q$ 之走法有 $\dfrac{4!}{3!}\times\dfrac{4!}{2!\times 2!}=24$ 種

由 $P\to E\to Q$ 之走法有 $1\times\dfrac{5!}{3!\times 2!}=10$ 種

$\therefore$ 甲軍由 $P\to A\to Q$ 的機率為 $\dfrac{10}{56}$

由 $P\to B\to Q$ 的機率為 $\dfrac{24}{56}$；由 $P\to C\to Q$ 的機率為 $\dfrac{30}{56}$

由 $P\to D\to Q$ 的機率為 $\dfrac{24}{56}$；由 $P\to E\to Q$ 的機率為 $\dfrac{10}{56}$

故乙軍選擇在 C 地埋伏較好

2. 某市為了籌措經費而發行彩券。該市決定每張彩券的售價 100 元；且每發行一百萬張彩券，即附有壹仟萬元獎 1 張，壹佰萬元獎 9 張，拾萬元獎 90 張，壹萬元獎 900 張。假設某次彩券共發行五百萬張。請問：當你購買一張彩券時，你預期會損失多少元？
   (A) 37 元 (B) 43 元 (C) 47 元 (D) 53 元 (E) 63 元

Ans： (E)

解析：獎金可能值 $x=1000$，100，10，1（萬元）

其對應機率列表如下

x（萬元）	1000	100	10	1
機率 p	$\dfrac{1}{1000000}$	$\dfrac{9}{1000000}$	$\dfrac{90}{1000000}$	$\dfrac{900}{1000000}$

$\therefore$ 買一張的期望值

$E(X)=1000\times\frac{1}{1000000}+100\times\frac{9}{1000000}+10\times\frac{90}{1000000}+1\times\frac{900}{1000000}=\frac{37}{10000}$（萬元）=37（元）

故買一張 100 元就損失了 $100-37=63$（元）

3. 欲比較高三甲、乙、丙、丁四個班級數學的差異程度，已知甲班數學成績平均 70 分，標準差為 15 分；乙班數學成績平均 60 分，標準差 10 分；丙班數學成績平均 65 分，標準差 14 分；丁班數學成績平均 65 分，標準差 8 分。則下列那一個班程度較整齊？

(A)甲班　(B)乙班　(C)丙班　(D)丁班　(E)不能判斷

Ans： (D)

解析：

甲班的變異係數$CVs\,(\text{甲})=\frac{15}{70}\times 100\%=21.43\%$

乙班的變異係數$CVs\,(\text{乙})=\frac{10}{60}\times 100\%=16.67\%$

丙班的變異係數$CVs\,(\text{丙})=\frac{14}{65}\times 100\%=21.54\%$

丁班的變異係數$CVs\,(\text{丁})=\frac{8}{65}\times 100\%=12.31\%$

∵ $CVs\,(\text{丙})>CVs\,(\text{甲})>CVs\,(\text{乙})>CVs\,(\text{丁})$

∴ 丁班的變異係數最小，故丁班程度比其他班級的程度整齊

4. 某位律師專門接受車禍案件的委託訴訟，收費方式兩種。一種是事前收定額 4 萬元，事後不再收費；另一種是事前不收費，若勝訴則收取事前約定的金額，但若敗訴就分文不取。現在該律師接下一個案件，而與委託人商議收費方式。有兩種結果：

(1)如果委託人提議勝訴後支付 12 萬元時，該律師寧願事前收費。

(2)如果委託人提議勝訴後支付 16 萬元時，該律師願意接受事後收費。

則該律師估計此案件勝訴的機率 p 之範圍為

(A)$\frac{1}{16}<p<\frac{1}{12}$　(B)$\frac{1}{12}<p<\frac{1}{8}$　(C)$\frac{1}{8}<p<\frac{1}{4}$　(D)$\frac{1}{4}<p<\frac{1}{3}$　(E)$\frac{3}{10}<p<\frac{1}{3}$

Ans： (D)

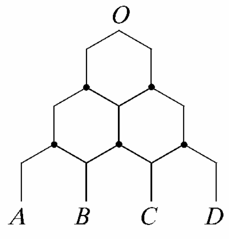
解析：在(1)方式中，勝訴的期望值為 $12p$ 萬元，而他選擇事前的 4 萬元，表示 $12p<4\Rightarrow p<\frac{1}{3}$

在(2)的付費方式中，勝訴的期望值為 $16p$ 萬元，

而他不選擇事前的 4 萬元，表示 $16p>4 \Rightarrow p>\frac{1}{4}$，因此$\frac{1}{4}<p<\frac{1}{3}$

二、多重選擇題

1. 如圖，由 O 以下均有分支管相接，由此管之入口 O 放入一球時（球在各分支處，球道選擇機率均等），今計算出球由出口 A，B，C，D 出現的機率分別為 $P(A)$，$P(B)$，$P(C)$，$P(D)$，則下列何者為真確？

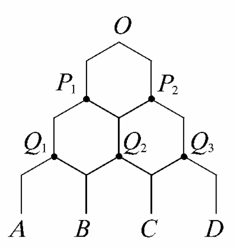


(A) $P(A)+P(B)+P(C)+P(D)=1$　(B) $P(A)=P(D)=\frac{1}{4}$

(C) $P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$　(D) $P(A)=P(D)=\frac{1}{8}$　(E) $P(B)=P(C)=\frac{3}{8}$

Ans： (A)(D)(E)

解析：



$P(A)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}=P(D)$

$P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}=P(C)$

$P(A)+P(B)+P(C)+P(D)=1$

2. 某一社區的住戶中，經過調查的結果：訂閱甲報的有 60%，訂閱乙報的有 36%，訂閱丙報的有 32%，且同時訂閱甲、乙兩報的有 30%，同時訂閱乙、丙兩報的有 10%，同時訂閱甲、丙兩報的有 12%，至少訂閱甲、乙、丙三報中的一報的有 80%。今由社區中任選一住戶，則下列何者爲真確？

(A)甲、乙、丙三報都訂的機率爲 $\frac{1}{25}$

(B)訂乙、丙兩報，不訂甲報的機率爲 $\frac{3}{50}$

(C)只訂甲報，不訂乙、丙兩報的機率爲 $\frac{11}{50}$

(D)甲、乙、丙三報都不訂的機率爲 $\frac{4}{25}$

(E)只訂閱一種報紙的機率爲 $\frac{9}{25}$

Ans： (A)(B)(C)(E)

解析：設 A 表訂閱甲報的事件，B 表訂閱乙報的事件，C 表訂閱丙報的事件，則 $P(A)=\frac{3}{5}$，

$P(B)=\frac{9}{25}$，$P(C)=\frac{8}{25}$，$P(A\cap B)=\frac{3}{10}$，$P(B\cap C)=\frac{1}{10}$，$P(A\cap C)=\frac{3}{25}$，$P(A\cup B\cup C)=\frac{4}{5}$

(1)三報都訂的機率爲 $P(A\cap B\cap C)$

由 $P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)-P(B\cap C)+P(A\cap B\cap C)$

$\Rightarrow\ \frac{4}{5}=\frac{3}{5}+\frac{9}{25}+\frac{8}{25}-\frac{3}{10}-\frac{3}{25}-\frac{1}{10}+P(A\cap B\cap C)$

$\therefore\ P(A\cap B\cap C)=\frac{4}{5}-\frac{19}{25}=\frac{1}{25}$

(2)訂乙、丙兩報，不訂甲報的機率爲

$P(A'\cap B\cap C)=P(B\cap C)-P(A\cap B\cap C)=\frac{1}{10}-\frac{1}{25}=\frac{3}{50}$

(3)只訂甲報，不訂乙、丙兩報的機率爲

$P(A\cap B'\cap C')=P(A)-P(A\cap B)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)=\frac{3}{5}-\frac{3}{10}-\frac{3}{25}+\frac{1}{25}=\frac{11}{50}$

(4)甲、乙、丙三報均不訂的機率爲

$P(A'\cap B'\cap C')=1-P(A\cup B\cup C)=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$

(5)只訂閱一種報紙的機率爲

$P(A\cap B'\cap C')+P(A'\cap B\cap C')+P(A'\cap B'\cap C)=\frac{11}{50}+0+\frac{7}{50}=\frac{18}{50}=\frac{9}{25}$

3. 甲、乙兩人比賽桌球，依過去的經驗，一局比賽甲勝乙的機率為$\frac{2}{3}$，乙勝甲的機率為$\frac{1}{3}$；今欲作一次比賽三局中，先勝兩局者為勝，則下列那些是正確的？

(A)乙在第一局，第二局連勝的機率為$\frac{1}{9}$　(B)第一局甲勝，第二局乙勝的機率為$\frac{2}{9}$

(C)比賽的結果，甲勝的機率為$\frac{16}{27}$　(D)比賽的結果，乙勝的機率大於$\frac{2}{9}$　(E)在比賽的結果，乙勝的機率的條件下，乙連勝兩局的機率為$\frac{5}{7}$。

Ans： (A)(B)(D)(E)

解析：(A)第一局、第二局乙都勝的機率 $=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

(B)第一局甲勝，第二局乙勝的機率 $=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

(C)比賽結果甲勝的情況如下：(依勝的次序排列)　①甲甲　②甲乙甲　③乙甲甲

所以甲勝的機率$=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{12+4+4}{27}=\frac{20}{27}$

(D)比賽的結果乙勝的機率 $=1-\frac{20}{27}=\frac{7}{27}$

(E)比賽的結果乙勝的條件下，乙連勝兩場的機率(條件機率)$=\dfrac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}}{\frac{7}{27}}=\frac{5}{7}$

4. 數學老師陳老師本學期教甲、乙兩班學生。甲班有學生 30 人，乙班有學生 20 人，某次測驗結果：甲班成績之算術平均數為 70 分，中位數為 68 分；乙班成績之算術平均數為 60 分，中位數為 61 分。又甲班標準差為 10 分；乙班標準差為 8 分。陳老師想將兩班學生共 50 人之成績合併統計，則根據上述統計量，下列敘述何者為真？

(A)合併之算術平均數高於 70 分　(B)合併之算術平均數介於 60 至 70 分之間

(C)合併之中位數低於 61 分　(D)合併之中位數介於 61 至 68 分之間

(E)合併之標準差低於 8 分

Ans： (B)(D)

解析：甲、乙兩班的人數、算術平均數、中位數及標準差分別列於下表

班級	人數	算術平均數	中位數	標準差
甲	30	70	68	10
乙	20	60	61	8

則兩班合併後

(1)設兩班的算術平均數為$\overline{X}_{甲}$，$\overline{X}_{乙}$，人數為$n_{甲}$，$n_{乙}$，

則兩班合併後的算術平均數為$\overline{X}=\dfrac{n_{甲}\overline{X}_{甲}+n_{乙}\overline{X}_{乙}}{n_{甲}+n_{乙}}$

已知$\overline{X}_{乙} < \overline{X}_{甲} \Rightarrow n_{甲}\overline{X}_{乙} < n_{甲}\overline{X}_{甲}$，$n_{乙}\overline{X}_{乙} < n_{乙}\overline{X}_{甲}$

$\Rightarrow n_{甲}\overline{X}_{乙}+n_{乙}\overline{X}_{乙} < n_{甲}\overline{X}_{甲}+n_{乙}\overline{X}_{乙} < n_{甲}\overline{X}_{甲}+n_{乙}\overline{X}_{甲}$

$\Rightarrow\quad (n_{甲}+n_{乙})\ \overline{X}_{乙}\ < n_{甲}\overline{X}_{甲}\ + n_{乙}\overline{X}_{乙}\ < (n_{甲}+n_{乙})\ \overline{X}_{甲}$

$\Rightarrow\quad \overline{X}_{乙}\ < \dfrac{n_{甲}\overline{X}_{甲}+n_{乙}\overline{X}_{乙}}{n_{甲}+n_{乙}} < \ \overline{X}_{甲}$，即$\overline{X}_{乙}\ < \overline{X} < \overline{X}_{甲}$

故合併後算術平均數必在兩班各自平均數 60 至 70 分之間

(2)中位數必在兩班中位數之間，即介於 61 至 68 分之間

(3)標準差主要是看資料的離散性，兩組資料中標準差較小的其資料離散程度較小，標準差較大的其資料離散程度較大。因爲兩組資料合併後，其離散程度會比原先離散程度較小的部分資料來得大，故合併後的標準差會比標準差較小的那組資料來得大

$\therefore$ 合併後的標準差大於 8 分

5. 某校學生對教師教學評鑑是否教學優良，非常同意得 5 分、同意得 4 分、尙可得 3 分、不同意得 2 分、非常不同意得 1 分。陳老師擔任某班數學課程教師，共有 40 位學生對老師之評鑑，非常同意有 28 人、同意有 8 人、尙可有 4 人、不同意有 0 人、非常不同意有 0 人。若男生的平均分數爲 4.75 分，女生的平均分數爲 4.5 分，請問男生有幾位？
(A) 16 位　(*B*) 20 位　(*C*) 24 位　(D) 28 位　(E) 32 位

Ans： (A)

解析：設男生有 x 位，則女生有 $40-x$ 位

$\because$ 男生的平均分數爲 4.75 分，女生的平均分數爲 4.5 分

$\therefore$ 總分 $=4.75x+4.5\times(40-\mathrm{x})=28\times5+8\times4+4\times3$

$\Rightarrow\quad 0.25x+180=184\quad\Rightarrow\quad 0.25x=4\quad\therefore\quad x=16$，故男生有 16 位

三、 填充題

1. 某公司出產的燈泡由*A*廠與*B*廠製造的依序佔 40％與 60％。已知*A*廠生產的產品中有 1.5％的瑕疵品，*B*廠生產的產品中有 1.8%的瑕疵品，某日運貨部門收到一件瑕疵品，則此瑕疵品由*A*廠生產的機率爲＿＿＿＿＿。

Ans：0.357

解析：公司在某日收到一件退貨的瑕疵品的機率= 40%× 1.5%+ 60%× 1.8%= 0.0168

此瑕疵品是由 A 廠生產的機率 $=\dfrac{40\%\times1.5\%}{0.0168}=0.357$

2. 班上同樂會中，有一種丟硬幣遊戲，其規則：出現正面繼續丟，出現反面就出局，今有 4 名學生，每人各玩一局，求 4 人中至少一人連續丟二次後還可以繼續丟下去的機率＿＿，而 4 人中，至少有一人連續五次後，還可繼續丟下去的機率爲＿＿＿＿＿。

Ans： $\dfrac{175}{256}$，$1-(\dfrac{31}{32})^4$

解析：(1)每個人連續丟兩次後可以再丟的機率爲 $\dfrac{1}{4}$，即不能丟第三次的機率爲 $\dfrac{3}{4}$

所以 4 人中，至少一人連續丟兩次後，可以再丟的機率爲 1 − (4 個人都不能再丟的機率)

$=1-(\dfrac{3}{4})^4=1-\dfrac{81}{256}=\dfrac{175}{256}$

(2)同(1)的作法，4 個人中，至少一人連續五次後可再丟的機率 $=1-(\dfrac{31}{32})^4$

3. 甲、乙、丙三個人投籃的命中率依次分別是 0.6，0.8，0.4，今三個人各投籃一次，且投籃時互不影響，則甲、乙兩人中恰一人投進的機率 ＝＿＿＿＿＿，甲、乙、丙三人中恰

兩人投進的機率 $=$ ＿＿＿＿＿。

Ans： 0.44，0.464

解析：乙兩人恰一人投進的機率 $=0.6\times0.2+0.4\times0.8=0.44$

三人中恰兩人投進的機率$=0.6\times0.8\times0.6+0.6\times0.2\times0.4+0.4\times0.8\times0.4=0.464$

4. 某公司生產的省電燈泡由甲廠、乙廠、丙廠生產的比例是 40%、35%、25%，根據統計，甲廠、乙廠、丙廠生產的瑕疵品分別佔各廠生產品的比例為 1.3%、1.2%、1.5%，若將公司生產的燈泡集中在倉庫裡，從中任取一個燈泡，則取到瑕疵品的機率為何？＿＿；若從中取得的燈泡是瑕疵品，則此燈泡是甲廠生產的機率為＿＿＿＿＿。

Ans： 0.01315，0.3954

解析：(1)取到瑕疵品的機率 $=40\%\times1.3\%+35\%\times1.2\%+25\%\times1.5\%\doteqdot0.01315$

(2)條件機率 $=\dfrac{40\%\times1.3\%}{0.01315}\doteqdot0.3954$

5. 投擲公正的硬幣三次，則至少兩次正面的機率為＿＿＿＿＿；若已知至少兩次正面出現，則恰好是兩次正面出現的機率為＿＿＿＿＿。

Ans： $\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{3}{4}$

解析：(1)三次中至少兩次正面的情況，有兩次及三次兩種其機率分別為 $3(\dfrac{1}{2})^2(\dfrac{1}{2})$及$(\dfrac{1}{2})^3$

所以至少兩次正面的機率為$\dfrac{3}{8}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{1}{2}$

(2)在至少兩次正面的條件下，恰兩次正面的機率 $=\dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{3}{4}$

6. 擲三枚均勻的銅板一次，則至少出現一個正面的條件下，三個都是正面的機率 $=$ ＿＿，而恰有兩個正面的機率 $=$ ＿＿＿＿＿。

Ans： $\dfrac{1}{7}$，$\dfrac{3}{7}$

解析：擲三枚銅板，至少出現一次正面的機率 $=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$

三次都正面的機率 $=\dfrac{1}{8}$，所以條件機率 $=\dfrac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{8}}=\dfrac{1}{7}$

恰兩次正面的機率 $=3(\dfrac{1}{8})=\dfrac{3}{8}$，所以條件機率 $=\dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{8}}=\dfrac{3}{7}$

7. 已知甲、乙、丙、… 等十個學生中有三個女學生，則甲、乙兩人都是女學生的機率 $=$ ＿。

Ans： $\dfrac{1}{15}$

解析：十個學生中，有三個女學生的可能情況有 C_3^{10}種 $=120$ 種

而甲、乙兩人都是女學生的情況有 8 種，所以 10 個學生中已知有 3 個女學生，而甲、乙都是女學生的條件機率 $=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}$

8. 某次民意調查，從隨機抽樣的 300 人中，得到對三位臺北縣縣長候選人的支持率，如下表所示：

候選人	甲	乙	丙
支持率	25%	30%	45%

現在從這 300 人中任選兩人，則這兩人支持同一候選人的機率為＿＿＿＿＿。

Ans： $\frac{211}{598}$

解析：在接受調查的 300 人中，支持候選人甲、乙、丙的人數分別是 75、90、135

從 300 人中選出兩人，選法有 $C_2^{300}=\frac{300\times 299}{2}=44850$ 種

又選出兩人支持同一候選人的選法有 $C_2^{75}+C_2^{90}+C_2^{135}=2775+4005+9045=15825$ 種

故兩人支持同一候選人的機率為 $\frac{15825}{44850}=\frac{211}{598}$

9. 胖豪記錄他一個月以來每天零用錢的花費，作成次數分配表如下：

金額（元）	0～20	20～40	40～60	60～80	80～100
日數	3	8	10	5	4

試求(1)算術平均數為＿＿＿，樣本標準差為＿＿＿。(2)變異係數為＿＿＿。

Ans： (1) 49.33 元；23.77　(2) 48.19%

解析：取 $A=50$，組距 $h=20$，$d_i=\frac{x_i-A}{h}$

組　別	組中點 x_i	次數 f_i	x_i-A	d_i	$f_i\,d_i$	$f_i\,d_i^2$
0～20	10	3	–40	–2	–6	12
20～40	30	8	–20	–1	–8	8
40～60	50	10	0	0	0	0
60～80	70	5	20	1	5	5
80～100	90	4	40	2	8	16
總　計		30			– 1	41

(1)算術平均數 $\overline{x}=A+\frac{h}{n}\sum_{i=1}^{30}f_i d_i=50+\frac{20}{30}\times(-1)\ \doteqdot\ 49.33$（元）

標準差 $S=\ h\sqrt{\frac{1}{n-1}[\sum f_i d_i^{\,2}-\frac{1}{n}(\sum f_i d_i)^2]}=\ 20\sqrt{\frac{1}{29}[41-\frac{1}{30}(-1)^2]}=\ 20\sqrt{\frac{1}{29}(41-\frac{1}{30})}$

$=\ 20\sqrt{\frac{1229}{870}}\ \doteqdot\ 23.77$

(2)變異係數 $CV_S=\frac{S}{\overline{x}}\times 100\%\ =\frac{23.77}{49.33}\times 100\%\ =48.19\%$

10. 某馬達製造商擬出售十個馬達，可能完全售出或完全被退回，買主約定其驗貨方式為「從十個馬達中任意選取兩個馬達檢查之，若驗出一個有缺陷，則整批被退回，否則即

被接受」。今每一個馬達成本 700 元，售價 950 元，若此批馬達中只有一個馬達有缺陷，求此製造商獲利的期望值爲＿＿＿＿＿元。

Ans： 600 元

解析：令每個馬達獲利 x，則 x 的可能值爲 250 或 -700，其對應機率列表如下

x	250	-700
機率 p	$\frac{C_2^9}{C_2^{10}}$	$\frac{C_1^1C_1^9}{C_2^{10}}$

$\therefore\quad E(X)=250\times\frac{C_2^9}{C_2^{10}}+(-700)\times\frac{C_1^1C_1^9}{C_2^{10}}=250\times\frac{36}{45}+(-700)\times\frac{9}{45}=200-140=60$（元）

故製造商獲利的期望值爲 $10\times60=600$ 元

11. 老師將 16 枝相同的原子筆分給甲、乙、丙、丁、戊、己等六位小朋友，其中有兩位各分得 5 枝，有兩位各分得 3 枝，而有兩位沒有分到，則共有＿＿＿＿＿種分法。又在這種分法下，戊與己兩位都得 5 枝的機率爲＿＿＿＿＿。

Ans： 90，$\frac{1}{15}$

解析：(1)從 6 人中先選出 2 人，各給 5 枝筆，再從剩下 4 人選 2 人，各給 3 枝筆，最後所剩下的 2 人沒有分到因 16 枝筆相同，故分法有 $C_2^6\times C_2^4\times C_2^2=90$ 種

(2)在此分法下，戊、己各得 5 枝，則此兩人先各給 5 枝筆，分法 1 種，再從另外 4 人選出 2 人各給 3 枝筆，分法有 $C_2^4=6$ 種

故戊與己兩位都獲得 5 枝的機率爲 $\frac{1\times C_2^4}{C_2^6\times C_2^4\times C_2^2}=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$

12. 擲一枚公正硬幣四次，A表第二次出現正面的事件，B表至少兩次出現正面的事件，則 $P(A\mid B)=$＿＿＿＿＿。

Ans： $\frac{7}{11}$

解析：$P(B)$表二次正面，三次正面，四次正面的機率和$=C_2^4\times(\frac{1}{2})^4+C_3^4(\frac{1}{2})^4+C_4^4(\frac{1}{2})^4=\frac{11}{16}$

$P(A\cap B)$表第二次正面，第一、三、四次中有一次或二次或三次正面的機率

$=\frac{1}{2}[C_1^3\times(\frac{1}{2})^3+C_2^3\times(\frac{1}{2})^3+C_3^3\times(\frac{1}{2})^4]=\frac{7}{16}$，所以 $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{7}{11}$

13. 某位同學在第二次段考中，六科平均 80 分，其中有五科成績爲 80，80，80，86 及 68，則這六科成績的變異係數爲＿＿＿＿＿。

Ans： 7.6％

解析：設第六科成績x，則$x=6\times80-(80+80+80+86+68)=86$

因此，標準差$S_X=\sqrt{\frac{1}{5}\left[\Sigma(x_i-80)^2\right]}=\sqrt{\frac{1}{5}\left[6^2+6^2+(-12)^2\right]}=\sqrt{\frac{216}{5}}=6.57$

所以，變異係數 $=\frac{S_X}{\bar{x}}\times100\%=\frac{6.57}{86}\times100\%=7.6\%$

14. 由高三 1000 名學生中，隨機抽得樣本 50 名的數學成績，其最高分 92 分，最低分 18 分，第一四分位數爲 30 分，中位數爲 44 分，第三四分位數爲 58 分，則可估計高三 1000

名學生的平均數學成績爲＿＿＿＿＿。

Ans： 46.75 分

解析：依題意，最低分 18 分，第一四分位數 30 分，中位數 44 分第三四分位數 58 分，最高分 92 分，知有$\frac{1}{4}$的學生成績在 18～30 之間，有$\frac{1}{4}$的成績在 30～44 之間，有$\frac{1}{4}$的成績在 44～58 之間，有$\frac{1}{4}$的成績在 58～92 之間，故平均成績

$$=\frac{1}{4}\times\frac{18+30}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{30+44}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{44+58}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{58+92}{2}=\frac{1}{4}(24+37+51+75)=46.75\text{ 分}$$

15. 班上在一次抽考後，有九位同學他們的成績分別爲 30，40，60，50，70，80，60，90，60，若使用簡單隨機抽樣，從九個同學的分數中取出三個分數，形成一個樣本，取出三個分數之中位數爲 60 的機率爲＿＿＿＿＿。

Ans： $\frac{23}{42}$

解析：取到的三個分數的中位數爲 60 分的取法有三種情形

①三個都是 60，取法有 $C_3^3=1$ 種

②三個 60 取二個，另外 30，40，50，70，80，90 取一個的取法有 $C_3^3\times C_1^6=18$ 種

③三個 60 取一，30，40，50 三個取一，70，80，90 三個取一，取法 $C_1^3\cdot C_1^3\cdot C_1^3=27$ 種

∴ 取到三個分數的中位數爲 60 分的機率爲 $\frac{1+18+27}{C_3^9}=\frac{46}{84}=\frac{23}{42}$

16. 重複測量一物件的長度九次（以公尺爲單位），其數值X分別爲 3.43，3.46，3.41，3.45，3.44，3.48，3.46，3.47，3.45，將這九個數值各乘以 100 之後，再減去 340 得到新的數值Y，(1)變數Y的算術平均數$\overline{Y}=$＿＿＿＿＿，樣本標準差$S_Y=$＿＿＿＿＿。
(2)變數X（物件長度）測量的平均數$\overline{X}=$＿＿＿＿＿＿，樣本標準差$S_x=$＿＿＿＿＿，
變異係數$CV_S=$＿＿＿＿＿。

Ans： (1) 5，2.12 (2) 3.45，0.0212，0.61%

解析：設九個物件的長度 X 各乘以 100 之後再減去 340，其結果爲 Y 則 $Y=100X-340$

∴

X	3.43	3.46	3.41	3.45	3.44	3.48	3.46	3.47	3.45
Y	3	6	1	5	4	8	6	7	5

則(1) $\overline{Y}=\frac{1}{9}(3+6+1+5+4+8+6+7+5)=5$

$$S_Y=\sqrt{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{9}(y_i-\overline{y})^2}=\sqrt{\frac{1}{8}(4+1+16+0+1+9+1+4+0)}=\sqrt{\frac{36}{8}}=2.12$$

(2)∵ $\overline{Y}=100\overline{X}-340$ ∴ $\overline{X}=\frac{1}{100}(\overline{Y}+340)=3.45$

∵ $S_Y=S_{(100X-340)}=100S_X$ ∴ $S_X=\frac{S_Y}{100}=\frac{2.12}{100}=0.0212$

故變異係數$CV_S=\frac{S_X}{\overline{X}}\times 100\%=\frac{0.0212}{3.45}\times 100\%=0.61\%$

17. 某社團有 50 位同學，其中女生有 20 位，用簡單隨機抽樣法，抽出三位同學，若每人被抽中的機會相等，則第一次抽到男生，第二次、第三次均抽到女生的機率爲＿＿＿＿

。

Ans： $\dfrac{19}{196}$

解析：設 A 表第一次抽到男生的事件，B 表第二次抽到女生的事件，C 表第三次抽到女生的事件，則 $P(A\cap B\cap C)=P(A)P(B\mid A)P(C\mid A\cap B)=\dfrac{30}{50}\times\dfrac{20}{49}\times\dfrac{19}{48}=\dfrac{19}{196}$

四、 計算題

1. 世界盃棒球錦標賽，共有 12 隊參賽，先抽籤均分成四組進行預賽，各組的第一名才有資格進入決賽爭奪冠軍，求亞洲三強中華、日本、南韓在預賽均不同組之機率。

Ans： $\dfrac{9}{440}$

解析：∵抽籤均分成四組來進行預賽的可能情形 $C_3^{12}\times C_3^9\times C_3^6\times C_3^3$ 種

亞洲三強中華、日本、南韓在預賽均不同組的可能情形有 $C_2^9\times C_2^7\times C_2^5\times C_3^3$ 種

∴亞洲三強在預賽均不同組的機率為 $\dfrac{C_2^9\times C_2^7\times C_2^5\times C_3^3}{C_3^{12}\times C_3^9\times C_3^6\times C_3^3}=\dfrac{36\times21\times10}{220\times84\times20}=\dfrac{9}{440}$

2. 某服飾公司在北部地區有 60 個專櫃，在某個月分，統計各銷售專櫃銷售的套裝之套數，整理得下列的次數分配表：

套數 x	42~46	47~51	52~56	57~61	62~66	67~71	72~76
專櫃數 f	4	20	23	5	3	3	2

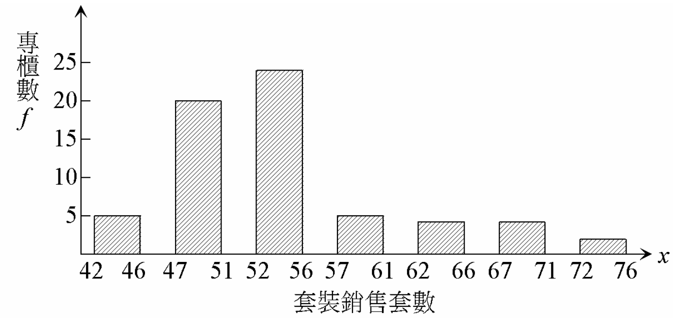
(1)試問專櫃售出的套裝數 x 是連續變數或離散變數？

(2)試作次數分配直方圖。

(3)試求套裝銷售套數超過 61 套的專櫃之機率？

Ans： (1)離散變數　(3) $\dfrac{2}{15}$

解析：(2)



(3) P(銷售超過 60 套的專櫃) $=\dfrac{3}{60}+\dfrac{3}{60}+\dfrac{2}{60}=\dfrac{8}{60}=\dfrac{2}{15}$

3. 丟三枚骰子，若已知點數和大於 14，求三點數都是偶數的條件機率？

Ans： $\dfrac{1}{5}$

解析：點數和大於 14 的情況有點數和為 15，16，17，18 四種情況

點數和 15 的機率為 $\dfrac{10}{216}$，點數和 16 的機率為 $\dfrac{6}{216}$

點數和 17 的機率為 $\dfrac{3}{216}$，點數和 18 的機率為 $\dfrac{1}{216}$

所以點數和大於 14 的機率為 $\dfrac{10+6+3+1}{216}=\dfrac{20}{216}$

在點數和大於 14 的情況下，點數都是偶數的機率為 $\dfrac{4}{216}$

因此，條件機率 $=\dfrac{\frac{4}{216}}{\frac{20}{216}}=\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5}$

4. 某種火箭命中目標之機率為 0.6，若每次射擊彼此無關，今連續發射 n 枚火箭，欲使命中目標的機率超過 0.998，求 n 的最小值。

（其中 $\log 2=0.3010$，$\log 3=0.4771$）

Ans： 7

解析：$\because$ 每次命中目標之機率為 0.6，$\therefore$ 不中之機率為 $1-0.6=0.4$

$\Rightarrow$ n次發射均不中之機率為$(0.4)^n$，$\therefore$ 至少命中一次的機率為 $1-(0.4)^n$

欲使 $1-(0.4)^n>0.998$ $\Rightarrow$ $(0.4)^n<0.002$，

取log $\Rightarrow$ $n(\log 4-1)<-3+\log 2 \Rightarrow$ $(1-2\log 2)\,n>3-\log 2$

$\because$ $\log 2=0.3010$ $\therefore$ $(1-0.6020)\,n>3-0.3010$

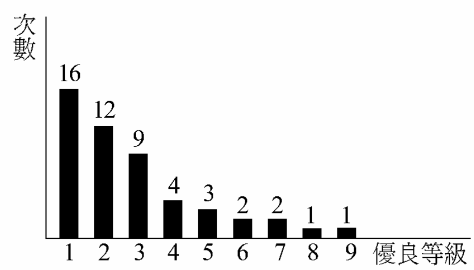
$\Rightarrow$ $n>\dfrac{2.699}{0.398}\doteqdot 6.8$ $\therefore$ $n\geq 7$，故n的最小值為 7

5. 某一瓷器藝品公司，在某個星期中，其有 50 件優良作品，依九個優良等級分類，得下列的分布圖形：

(1)試直觀的說明分布圖形所呈現的現象。
(說明優良等級與作品數的關係)

(2)試寫出作品的優良等級次數分配百分比及累積次數百分比表，並作出累積次數百分比的多邊圖(即折線圖)。

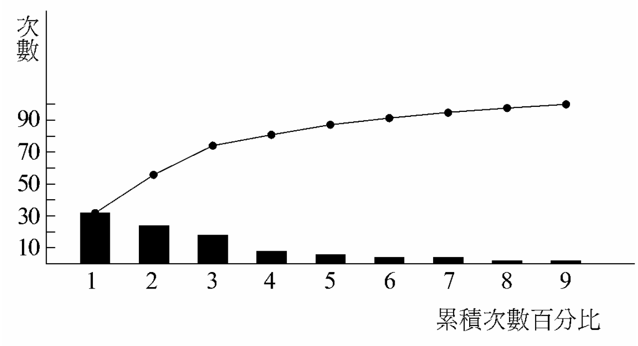
(3)作出次數分配圓形圖。



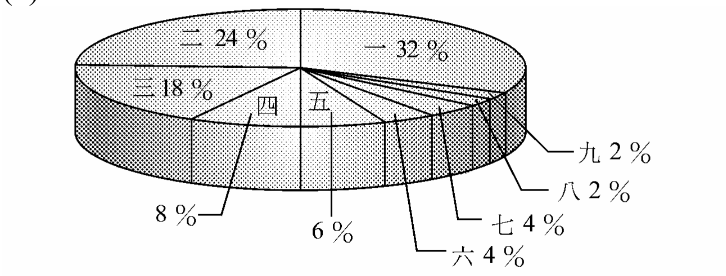
Ans： (1)此分布呈現著隨著優良等級的提昇，優良作品的量逐步減少的現象

(2)

等級	次數	百分比	累積百分比
1	16	32	32
2	12	24	56
3	9	18	74
4	4	8	82
5	3	6	88
6	2	4	92
7	2	4	96
8	1	2	98
9	1	2	100

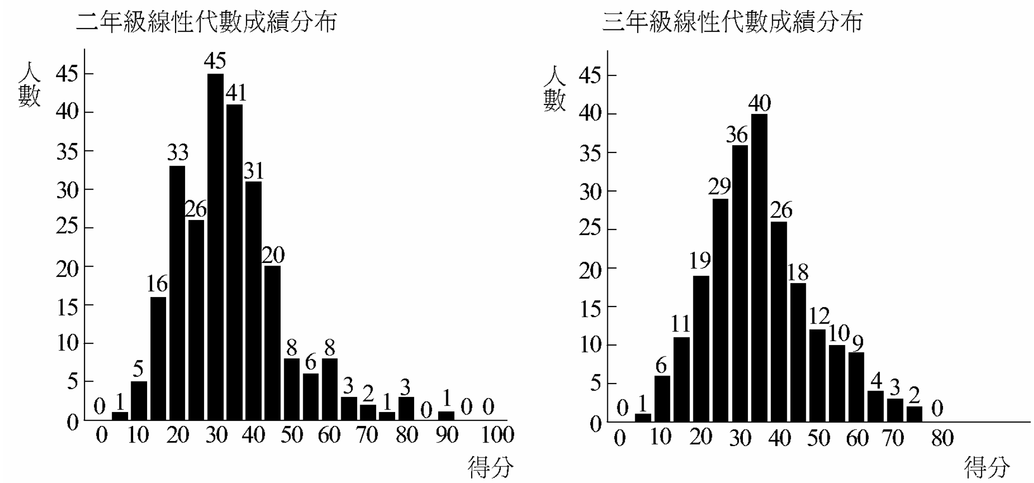


(3)



次數分配圓形圖（以一、二、三、四、…、九代表各等級的級數）

6. 某年某地區大學舉辦線性代數學力測驗，統計其中大二、大三兩個年級參賽者的成績如下：



試利用上面兩個成績分布，說明那個年級的學生的成績分布較接近常態分布？爲什麼？

Ans： (1)三年級的成績分布較接近常態分布

(2)因爲分布圖略呈鐘鈴型狀且集中量在中間，左右略有對稱性，左右兩端逐趨於 0

7. 甲、乙兩人投籃命中率分別是 0.6，0.8，今每人各投二球，求兩人共投進二球的機率？

Ans： 0.2704

解析：兩人共投進二球的情況有甲進二球，甲、乙各進一球及乙進二球三種，其機率分別爲$(0.6)^2(0.2)^2$，$C_1^2C_1^2(0.6)(0.4)(0.8)(0.2)$及$(0.4)^2(0.8)^2$，所以兩人共進二球的機率爲：

$(0.6)^2(0.2)^2+4(0.6)(0.4)(0.8)(0.2)+(0.4)^2(0.8)^2=0.2704$

8. 設 A，B 爲兩事件，$P(A)=\dfrac{1}{3}$，$P(A\cup B)=\dfrac{7}{12}$。

(1)當 A，B 爲互斥事件時，求 $P(B)=$？

(2)當 A，B 爲獨立事件時，求 $P(B)=$？

Ans： (1)$\frac{1}{4}$ (2)$\frac{3}{8}$

解析：(1)因 A，B 爲互斥事件，故 $A\cap B=\phi$，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\frac{7}{12}=\frac{1}{3}+P(B)-0$，$P(B)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

(2)因 A，B 爲獨立事件，故 $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\frac{7}{12}=\frac{1}{3}+P(B)-\frac{1}{3}P(B)$，故 $P(B)=\frac{3}{12}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{8}$

9. 某人使用一儀器測量一高塔 50 次，所得的數值資料如下表所示：

測量值	78 單位長	79 單位長	80 單位長	81 單位長	82 單位長
次　數	5	10	15	15	5

根據此表的資料推測：

(1)如果再用此儀器測量此高塔一次，則測得的高超過 80 單位長的機率爲何？

(2)如果再用此儀器測量此高塔三次，則測得的高的平均值爲 80 單位長的機率爲何？

Ans： (1) 0.7 (2) 0.153

解析：

(1)測量一次的結果，塔的高度超過 80 單位長的機率$=\frac{15+15+5}{50}=\frac{7}{10}=0.7$(含塔高爲 80 單位的情況)

(2)測量一次的結果，得塔爲各單位長的機率如下：

塔　高	78 單位	79 單位	80 單位	81 單位	82 單位
機　率	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

欲使測量三次塔高而得塔高的平均值爲 80 單位的情況如下：

① 78，80，82，其機率 $=6(\frac{1}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{1}{10})=\frac{18}{1000}$

② 79，80，81，其機率 $=6(\frac{2}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{3}{10})=\frac{108}{1000}$

③ 80，80，80，其機率 $=(\frac{3}{10})^3=\frac{27}{1000}$

所以，所求機率 $=\frac{18}{1000}+\frac{108}{1000}+\frac{27}{1000}=\frac{153}{1000}=0.153$

10. 袋中有 1 到 24 號球各 1 個(共 24 個球)，任取一球，A_k表示球號爲k的倍數的事件，問 A_2，A_3，A_4三事件是否爲獨立事件？

Ans： 相關

解析：$P(A_2)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$，$P(A_3)=\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$，$P(A_4)=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$，$P(A_2\cap A_3)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=P(A_2)P(A_3)$；

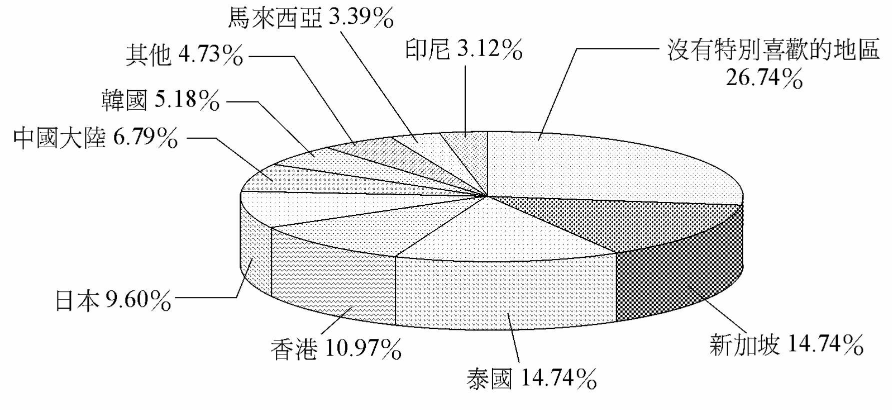
$P(A_3\cap A_4)=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}=P(A_3)P(A_4)$； $P(A_2\cap A_4)=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}\neq P(A_2)P(A_4)=\frac{1}{8}$

$\therefore$ A_2，A_3，A_4三事件非獨立事件

11. 設甲班英文成績的平均爲 75 分，標準差爲 15 分；乙班英文成績的平均爲 85 分，標準差爲 17 分，問那一班的成績比較平均？

Ans： 兩班差異相同

12. 交通部觀光局調查外來華籍旅客的資料，有關外籍旅客對臺灣以外的地區最感滿意的地區意見，其結果如下圖所示：



來華旅客近三年前往臺灣以外亞洲地區最滿意地區

試問：(1)有特別喜歡的地區的旅客所佔之機率爲何？

(2)最滿意的地區的旅客超過 10%的機率的地區有那些？其機率總和爲何？

Ans： (1) 73.26%；(2)香港，泰國，新加坡，40.45%

13. 高二某班有 45 位學生，在第二次期中考後成績經統計的結果，得算術平均數爲 75 分，標準差爲 12，後來發現有兩位同學的成績登錄錯誤，其中甲的成績爲 85 分，誤記爲 65 分，乙的成績爲 75 分，誤記爲 95 分，試求這次考試成績正確的標準差及變異係數。

Ans： 標準差 11.6，變異係數 15.47%

解析：設 A 表甲、乙兩人以外的同學的成績和，B 表甲、乙兩人以外的同學的成績的平方和，那麼：$\begin{cases} 75\times 45 = A+(65+95) \\ \sqrt{\dfrac{1}{44}\left[B+65^2+95^2-45(75)^2\right]}=12 \end{cases}$，因此 $\begin{cases} A=75\times 45-(65+95) \\ B=44\times 12^2+45\times 75^2-(65^2+95^2) \end{cases}$

所以這次考試成績正確的平均數 $=\dfrac{1}{45}(A+85+75)=\dfrac{1}{45}[75\times 45-(65+95)+85+75]$

即正確的平均數 $\bar{x}=75$(與已知的平均數相同)

而正確的標準差 $=\sqrt{\dfrac{1}{44}(\Sigma x_i^{\,2}-45\bar{x}^2)}=\sqrt{\dfrac{1}{44}(B+85^2+75^2-45\times 75^2)}$

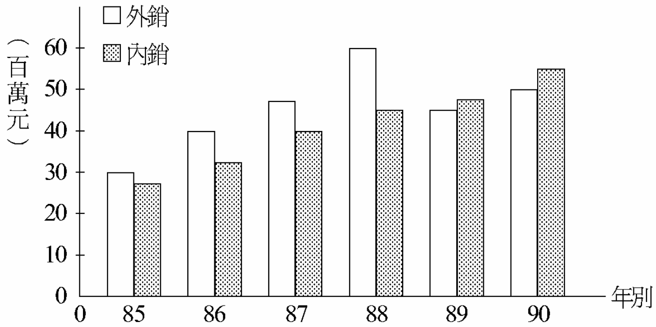
$=\sqrt{\dfrac{1}{44}(44\times 12^2+85^2+75^2-65^2-95^2)}$

$=\sqrt{12^2-9.09}=11.6$

因此，正確的標準差 $=11.6$

變異係數 $=\dfrac{S_X}{\bar{x}}\times 100\% =\dfrac{11.6}{75}\times 100\% =15.47\%$

14. 某公司統計近六年內的內外銷實績，得到下面的資料：



試問：(1)那一年度的內銷或外銷的實績最高？

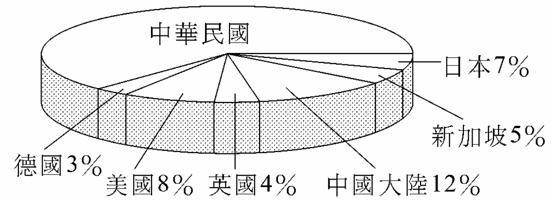
(2)那一種實績(內銷或外銷)是逐年遞增的？

Ans： (1) 88 年外銷的實績最高　(2)內銷的實績逐年遞增

15. 某企業公司的員工國籍分析結果，如下圖所示，試問：

(1)此公司的員工中，除中華民國之外，其餘所佔的機率為何？

(2)此公司的員工中，亞洲的國籍所佔的機率為何？

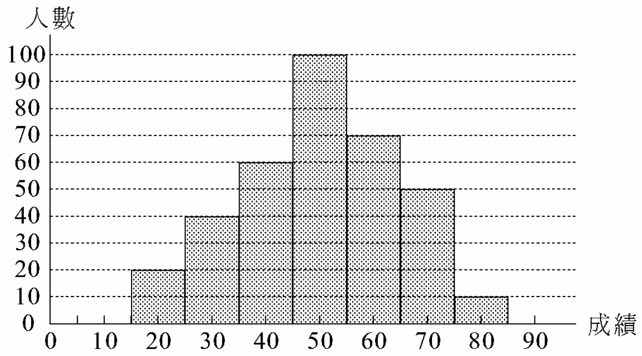


Ans： (1) 0.39　(2) 0.85

解析：(1)中華民國之外的員工所佔的機率$= 0.04 + 0.08 + 0.03 + 0.07 + 0.05 + 0.12 = 0.39$

(2)亞洲國籍的員工所佔的機率$= 0.12 + 0.05 + 0.07 + (1 - 0.39) = 0.85$

16. 某校高二某次數學段考成績統計表，如下圖：



(1)試求這次段考數學成績的標準差及變異係數。

(2)試求此段考成績的四分位差。

Ans：(1)標準差為 14.76，變異係數為 29.5%　(2)四分位差為 21.49 解析：

整理下列的統計資料：x_i各組中點

組別	x_i	f_i	$x_i\ f_i$	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$	$(x_i - \overline{x})^2 f_i$	累積人數
15~25	20	20	400	-30	900	18000	20
25~35	30	40	1200	-20	400	16000	60
35~45	40	60	2400	-10	100	6000	120
45~55	50	100	5000	0	0	0	220
55~65	60	70	4200	10	100	7000	290
65~75	70	50	3500	20	400	20000	340
75~85	80	10	800	30	900	9000	350
	總和	350	17500			76000	

平均數 $=\dfrac{17500}{350}=50$

(1)所以標準差 $=\sqrt{\dfrac{1}{349}\Sigma(x_i-\bar{x})^2 f_i}=\sqrt{\dfrac{1}{349}(76000)}=14.76$

變異係數 $=\dfrac{S_X}{\bar{x}}\times 100\%=\dfrac{14.76}{50}\times 100\%=29.5\%$

(2)第一四分位數Q_1：$\dfrac{1}{4}\times 350=87.5$

所以Q_1在 35~45 這一組裡，利用內插法求之$\dfrac{Q_1-35}{45-35}=\dfrac{87.5-60}{120-60}$，

因此$Q_1=35+10\times\dfrac{27.5}{60}=39.58$

第三四分位數Q_3：$\dfrac{3}{4}\times 350=262.5$，所以$Q_3$在 55～65 這一組裡，利用內插法求之

$\dfrac{Q_3-55}{10}=\dfrac{42.5}{70}$，所以$Q_3=55+10\times\dfrac{42.5}{70}=61.07$

所以四分位差$Q.D.=Q_3-Q_1=61.07-39.58=21.49$

17. 投擲二粒公正骰子，A 表示第一粒骰子出現偶數點的事件，B 表示第二粒骰子出現奇數點的事件，C 表示二粒骰子點數和爲偶數的事件。

(1) A，C 是否爲獨立事件？　(2) B，C 是否爲獨立事件？

Ans： (1)獨立　(2)獨立

解析：(1) $P(A)=\dfrac{3\times 6}{36}=\dfrac{1}{2}$，$P(C)=\dfrac{18}{36}=\dfrac{1}{2}$

$A\cap C=\{(2，2)，(2，4)，(2，6)，(4，2)，(4，4)，(4，6)，(6，2)，(6，4)，(6，6)\}$

$P(A\cap C)=\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}=P(A)P(C)$，所以 A 與 C 爲獨立事件

(2) $P(B)=\dfrac{6\times 3}{36}=\dfrac{1}{2}$，$B\cap C=\{(1，1)，(3，1)，(5，1)，(1，3)，(3，3)，(5，3)，(1，5)，$

$(3，5)，(5，5)\}$，$P(B\cap C)=\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}=P(B)P(C)$，所以 B 與 C 爲獨