

高雄市明誠中學 高三(上)數學複習測驗					日期：92.12.01
範圍	Book5-Chap3	班級	普三	班	姓名
	二元一次不等式	座號			

一、選擇題 (每題 8 分)

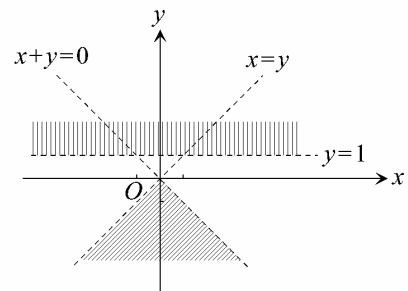
1. 不等式組 $\begin{cases} y > 1 \\ x > y \\ y + x < 0 \end{cases}$ 在 xy 平面上的圖形為

- (A) 三個半平面之聯集 (B) 一角的內部 (C) 三角形內部 (D) 三角形外部
(E) 無圖形

答案：(E)

解析：

先畫 $x > y$ 與 $x + y < 0$ 之圖形之交集，如圖中角的內部，但與 $y > 1$ 之圖形顯然無交集(沒有公共點)
 \therefore 不等式組 $y > 1, x > y, y + x < 0$ 無圖形



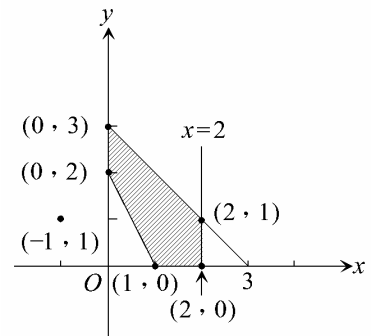
2. (複選) 設 (x, y) 為不等式組 $\begin{cases} 2x + y - 2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 圖形內一點，則

- (A) $x - y$ 之最大值為 3 (B) $x + 3y$ 之最小值為 1
 (C) $x^2 + y^2$ 之最大值為 5 (D) $x^2 + y^2$ 之最小值為 $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{-1}{2} \leq \frac{y-1}{x+1} \leq 2$

答案：(B)(D)(E)

解析：

不等式組 $\begin{cases} 2x + y - 2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的圖形如下圖斜線部分其頂點坐標



為 $(1, 0), (2, 0), (2, 1), (0, 3), (0, 2)$

(A) 令 $x - y = k$ 表斜率 1 之直線，當此直線通

過 $(2, 0)$ 時， x 截距最大，即 k 有最大值 $2 - 0 = 2$

(B) 令 $x + 3y = t$ 表斜率 $-\frac{1}{3}$ 的直線，當此直線通過 $(1, 0)$ 時， x 截距最小，

即 t 有最小值 $1 + 0 = 1$

(C) $x^2 + y^2$ 之最大值為 $0^2 + 3^2 = 9$

(D) $x^2 + y^2$ 之最小值為 $(0, 0)$ 到直線 $x + \frac{y}{2} = 1$ 的距離平方，即 $\frac{4}{5}$

(E) 令 $\frac{y-1}{x+1} = m$ ，則 $y - 1 = m(x + 1)$ 表示過點 $(-1, 1)$ 且斜率 m 之直線，直

線過點 $(1, 0)$ 時， $m = \frac{-1}{2}$ ，過點 $(0, 3)$ 時， $m = \frac{3-1}{0+1} = 2$ ， $\frac{-1}{2} \leq \frac{y-1}{x+1} \leq 2$

故應選(B)(D)(E)

二、填充題：(每題 10 分)

1. 設 $A(-2, 3)$, $B(4, 0)$, $C(-2, -2)$, 試以 x, y 的不等式組表 $\triangle ABC$ 區域, 此不等式組為_____。

答案：. $x + 2y - 4 \leq 0, x - 3y - 4 \leq 0, x + 2 \geq 0$

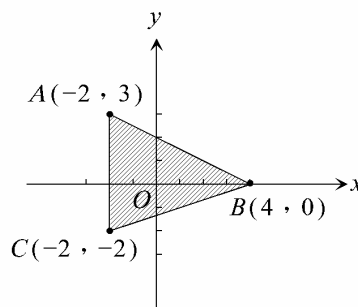
解析：

$$\because A(-2, 3), B(4, 0), C(-2, -2)$$

$$\therefore AB: x + 2y - 4 = 0, BC: x - 3y - 4 = 0,$$

$$AC: x + 2 = 0, \quad \text{所求不等式組爲}$$

$$x + 2y - 4 \leq 0, x - 3y - 4 \leq 0, x + 2 \geq 0$$



2. 不等式組 $\begin{cases} x - 2y \geq -6 \\ 7x - 2y \leq 18 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$ 的圖形面積為_____。

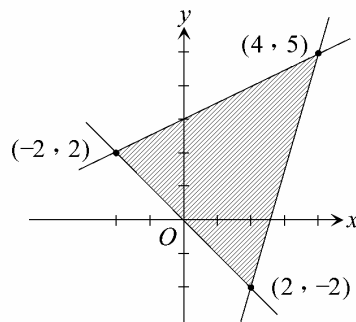
答案： 18

解析：

不等式組 $\begin{cases} x - 2y \geq -6 \\ 7x - 2y \leq 18 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$ 的圖形如下之三角形區域

其頂點坐標為 $(2, -2)$, $(4, 5)$, $(-2, 2)$

$$\text{故面積爲 } \frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc} 2 & 4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & -2 \end{array} \right| = \frac{1}{2} |10 + 8 + 8 + 10 + 4 - 4| = 18$$



3. 設 $A(2, 0)$, $B(0, 3)$, 若點 $P(k, -3)$ 與點 $Q(4, k)$ 在直線 AB 的異側, 則 k 值之範圍為_____。

答案： $-3 < k < 4$

解析：

$$\text{直線 } AB: y = \frac{3}{-2}(x - 2) \Rightarrow 3x + 2y - 6 = 0, \text{ 令 } f(x, y) = 3x + 2y - 6$$

因 $P(k, -3)$, $Q(4, k)$ 在直線 AB 的異側, 代入 $f(x, y)$ 之值異號,

$$\text{即 } f(k, -3) \cdot f(4, k) < 0 \Rightarrow (3k - 6 - 6)(12 + 2k - 6) < 0,$$

$$\text{即 } (k - 4)(k + 3) < 0, \text{ 故得 } -3 < k < 4$$

4. 設有 A, B 兩種食品, 其成分及售價如下表所示：

成分 \ 食品別	蛋白質	脂肪	碳水化合物	每 100 公克價格
A 食品	6%	4%	45%	12 元
B 食品	18%	8%	9%	20 元

如果某人一天最少需要蛋白質 90 公克, 脂肪 48 公克及碳水化合物 216 公克, 試問：他

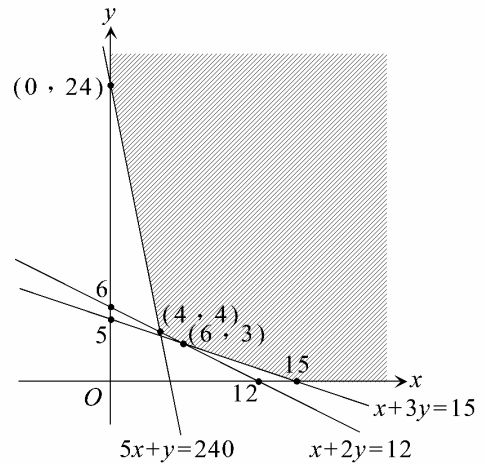
必須購買 A, B 食品各多少公克才能有足夠的需要量且最省錢? _____, 一天需要花多少錢? _____

答案: . 購買 A 食品 400 公克, B 食品 400 公克最省錢, 一天需花費 128 元

解析:

設購買 A 食品 x (百公克)、B 食品 y (百公克), 則依題意知

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 18y \geq 90 \\ 4x + 8y \geq 48 \\ 45x + 9y \geq 216 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 3y \geq 15 \\ x + 2y \geq 12 \\ 5x + y \geq 24 \end{cases}$$



求每天花費 $12x + 20y$ (元) 之最小值

(x, y)	$(0, 24)$	$(4, 4)$	$(6, 3)$	$(15, 0)$
$12x + 20y$	480	128	132	180

∴ 當 $x = 4, y = 4$ 時, $12x + 20y$ 之最小值 128 (元)

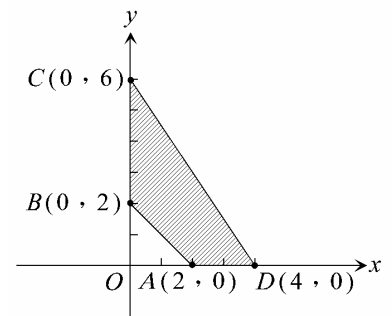
∴ 購買 A 食品 400 公克, B 食品 400 公克最省錢, 一天需花費 128 元

5. 設 $x, y \in R$, 而滿足 $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 2y - 12 \leq 0, x + y - 2 \geq 0$ 之條件, 則(1) $2x + y - 1$ 之最大值為 _____。(2) $\frac{y+1}{x+2}$ 之最小值為 _____。

答案: (1) 7 (2) $\frac{1}{6}$

解析:

∵ $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 2y - 12 \leq 0, x + y - 2 \geq 0$ 之圖形為四邊形區域, 其四頂點為 $A(2, 0), B(0, 2), C(0, 6), D(4, 0)$



(1)

(x, y)	$(2, 0)$	$(0, 2)$	$(0, 6)$	$(4, 0)$
$2x + y - 1$	3	1	5	7

∴ $2x + y - 1$ 之最大值 7

(2) 令 $\frac{y+1}{x+2} = m$, 則 $y + 1 = m(x + 2)$ 表斜率為 m 且過點 $(-2, -1)$ 之直線 L

m 最小 $\Leftrightarrow L$ 過點 $D(4, 0)$, ∴ $m = \frac{0+1}{4+2} = \frac{1}{6}$ 為最小值

6. 一農民有田 2 甲, 根據他的經驗; 若種水稻, 則每甲每期產量為 8000 斤; 若種花生, 則每甲每期產量為 2000 斤, 但水稻成本較高, 每甲每期需 24000 元, 而花生只要 8000 元, 且花生每斤可賣 12 元, 稻米每斤可賣 8 元。現在他手頭只能湊足 40000 元, 並假

定他只種水稻與花生，試問這位農民對這兩種作物應各種若干，才能得到最大的收益？

答案：水稻 1.5 甲，花生 0.5 甲，

最大收益 68000 元

解析：

設水稻 x 甲，花生 y 甲，依題意列不等式

$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 24000x + 8000y \leq 40000 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$$

收益 $P = 8000 \cdot 8 \cdot x + 2000 \cdot 12 \cdot y = 64000x + 24000y$

依斜率觀察知點 $P(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ 代入，

收益 $P = 64000 \cdot \frac{3}{2} + 24000 \cdot \frac{1}{2} = 68000$ 元最大

