高雄市明誠中學 高三(上)數學複習測驗 日期：92.10.24					
範圍	Book4-Chap1 抛物線、橢圓	班級	普三 班	姓名	
		座號			

一. 單一選擇題 (每題 10 分)

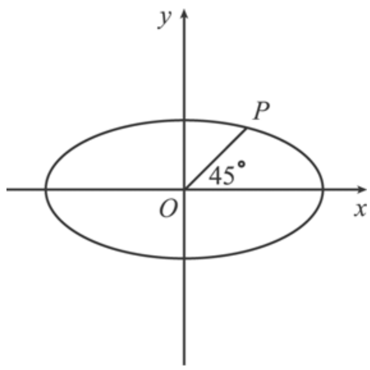
1、(E) 設抛物線Γ之焦點坐標爲(2 , 2)，準線方程式爲 $x+y+4=0$，則下列何者可爲正焦弦之端點坐標？ (A) (−2 , −2) (B) (0 , 0) (C) (2 , 2) (D) (4 , 0) (E) (6 , −2)

解析：(E)焦點爲(2 , 2)，準線爲 $x+y+4=0$ 故正焦弦在 $x+y-4=0$ 上

$d(F,L)=\dfrac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$ ∴ $|c|=2\sqrt{2}$

∴ 正焦弦兩端點爲 $(2,2)\pm 4\sqrt{2}\times\dfrac{(1,-1)}{\sqrt{2}}$=(6 , −2) 或 (−2 , 6)

2、(B) 在坐標平面上有一橢圓，它的長軸落在 x 軸上，短軸落在 y 軸上，長軸、短軸的長度分別爲 4、2。如圖所示，通過橢圓的中心 O 且與 x 軸夾角爲 45 度的直線在第一象限跟橢圓相交於 P。則此交點 P 與中心 O 的距離爲 (A) 1.5 (B) $\sqrt{1.6}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{2.5}$ (E) $\sqrt{3.2}$



解析：(B)橢圓方程式：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1\cdots$①

直線 OP 方程式 $y=x$ 代入① $\Rightarrow \dfrac{x^2}{4}+x^2=1 \Rightarrow x^2=\dfrac{4}{5}$

令 $P(x, y)$

$\Rightarrow \overline{OP}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2x^2}=\sqrt{2\cdot\dfrac{4}{5}}=\sqrt{1.6}$

3、(B) 抛物線 $y^2+2y-4x+5=0$ 之頂點坐標爲 (A) (−1 , 1) (B) (1 , −1) (C) (1 , 0) (D) (0 , 1) (E) (2 , −1)

解析：(B) $(y+1)^2=4x-4$ ∴ 頂點爲 (1 , -1)

4、(D) 若已知方程式 $x^2+4y^2+2x+4y+k=0$ 的圖形爲橢圓，則 k 的範圍爲何？ (A) 任何實數皆可 (B) $k<0$ (C) $k\neq 0$ (D) $k<2$ (E) $k>2$

解析：(D) $(x+1)^2+(2y+1)^2=-k+2$，$-k+2>0$ ∴ $k<2$

5、(C) 設抛物線 $y=x^2-2x+5$ 之焦點坐標爲 (A) (2 , 4) (B) (1 , 4) (C) $(1 , \dfrac{17}{4})$ (D) (1 , 5) (E) $(\dfrac{5}{4}, 4)$

解析：(C) $y=(x-1)^2+4$ ∴ 頂點爲 (1 , 4) 又 $4c=1$，$c=\dfrac{1}{4}$

開口向上 ∴ 焦點爲$(1 , \dfrac{17}{4})$

6、(B) 設橢圓中心爲(2 , 5)，半長軸爲 9，半短軸爲 4，長軸平行於 y 軸，則此橢圓方程式爲 (A) $\dfrac{(x-2)^2}{81}+\dfrac{(y-5)^2}{16}=1$ (B) $\dfrac{(x-2)^2}{16}+\dfrac{(y-5)^2}{81}=1$ (C)

$\dfrac{(x-2)^2}{9}+\dfrac{(y-5)^2}{4}=1$ (D) $\dfrac{(x-2)^2}{4}+\dfrac{(y-5)^2}{9}=1$ (E) $\dfrac{(x-2)^2}{2}+\dfrac{(y-5)^2}{3}=1$

7、(E) 設 $A(2\,,-1)$，$B(-3\,,7)$，P 點滿足 $\overline{PA}+\overline{PB}=9$，則 P 點所形成之軌跡圖形爲 (A) 拋物線 (B) 橢圓 (C) 線段 (D) 射線 (E) 無圖形

解析：(E) $\overline{AB}=\sqrt{25+64}=\sqrt{89}>9=\overline{PA}+\overline{PB}$ 不合理，故無圖形

8、(C) 拋物線 $y^2=4x-2y-5$ 之準線方程式爲 (A) $x=2$ (B) $x=1$ (C) $x=0$ (D) $y=-1$ (E) $y=-2$

解析：(C) $(y+1)^2=4(x-1)$ 爲開口向右，$c=1$ 之拋物線 ∴ 準線爲 $x=0$

二. 填充題 (每題 10 分)

1、已知一橢圓的長軸兩端點爲 $A(7,-2)$，$A'(-3,-2)$，兩焦點之間的距離爲 4，則此橢圓之方程式爲＿＿＿＿＿＿＿，又其正焦弦長爲＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{(x-2)^2}{25}+\dfrac{(y+2)^2}{21}=1$, $\dfrac{42}{5}$

解析：中心爲(2 , −2)的橫橢圓，$a=5$，$2c=4$，$c=2$，$b=\sqrt{21}$

∴ 橢圓方程式爲 $\dfrac{(x-2)^2}{25}+\dfrac{(y+2)^2}{21}=1$，正焦弦長 $\dfrac{42}{5}$

2、設方程式 $\dfrac{y^2}{3-t}+\dfrac{x^2}{1+t}=1$ 爲焦點在 y 軸上之橢圓方程式，則實數 t 的範圍爲＿＿＿。

答案：$1<t<3$

解析：焦點在 y 軸上之橢圓 $1+t>3-t>0 \Rightarrow 1<t<3$

3、以橢圓 $\Gamma: x^2+4y^2-2x+16y+1=0$ 的正焦弦爲兩邊的長方形面積=＿＿＿。

答案：$8\sqrt{3}$

4、焦點爲(1, 2)，正焦弦長 4，對稱軸 $x=1$ 之拋物線方程式爲＿＿＿＿＿＿＿＿。(兩解)

答案：$(x-1)^2=4(y-1)$，$(x-1)^2=-4(y-3)$

5、(1)橢圓 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{1}=1$ 的兩焦點坐標爲＿＿＿＿＿＿。

(2)設一橢圓與已知橢圓 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{1}=1$ 共焦點，且過(3,2)，則此橢圓方程式爲＿＿＿＿＿＿。

答案：(1)$(\sqrt{5},0)$，$(-\sqrt{5},0)$, (2) $\dfrac{x^2}{15}+\dfrac{y^2}{10}=1$

解析：(1) $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{1}=1$ ∴ $a=\sqrt{6}$，$b=1$，$c=\sqrt{5}$ ∴ 焦點爲$(\sqrt{5},0)$，$(-\sqrt{5},0)$

(2)與 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{1}=1$ 共焦點之橢圓爲 $\dfrac{x^2}{6+t}+\dfrac{y^2}{1+t}=1$，代入(3,2)

$\Rightarrow t^2-6t-27=0$ ∴$t=9$ 或 -3（不合）∴ 橢圓方程式爲 $\dfrac{x^2}{15}+\dfrac{y^2}{10}=1$

6、將一圓 $C: x^2+y^2=25$ 上的每一點到 x 軸的距離壓縮爲原來的 $\dfrac{3}{5}$，則所壓扁的圓 Γ 之方程式爲＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$

7、拋物線 $4y^2+4y-12x+13=0$ 之頂點爲＿＿＿＿＿＿，焦點爲＿＿＿＿＿＿，對稱軸爲＿＿＿＿＿＿，準線爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$(1,-\frac{1}{2})$，$(\frac{7}{4},-\frac{1}{2})$，$y=-\frac{1}{2}$，$x=\frac{1}{4}$

解析：$4(y+\frac{1}{2})^2=12(x-1)$ ∴ 頂點爲$(1,-\frac{1}{2})$，$c=\frac{3}{4}$，焦點爲$(\frac{7}{4},-\frac{1}{2})$，對稱軸爲

$y=-\frac{1}{2}$，準線 $x=\frac{1}{4}$

8、設橢圓之焦點爲$(-4,2)$，長軸上與此焦點最近之頂點爲$(-6,2)$，又短軸長爲 8，則橢圓方程式爲＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{(x+1)^2}{25}+\dfrac{(y-2)^2}{16}=1$

解析：橢圓 $a-c=2, b=4$，又 $a^2=b^2+c^2$ ∴ $a=5, c=3$，

中心爲$(-1,2)$的橫橢圓 $\dfrac{(x+1)^2}{25}+\dfrac{(y-2)^2}{16}=1$

9、橢圓 $x^2+9y^2-8x+18y+16=0$ 的中心爲＿＿＿＿，半短軸爲＿＿＿＿，焦點爲＿＿＿＿，正焦弦長爲＿＿＿。

答案：$(4,-1)$, 1, $(4\pm 2\sqrt{2},-1)$, $\dfrac{2}{3}$

解析：$(x-4)^2+9(y+1)^2=9$ 的中心爲$(4,-1)$，$a=3$，$b=1$，$c=2\sqrt{2}$

∴半短軸爲 1，焦點爲$(4\pm 2\sqrt{2},-1)$，正焦弦長爲 $\dfrac{2}{3}$

10、設 $A(1,1)$，$B(1,-3)$，P 點滿足 $\overline{PA}+\overline{PB}=6$，則 P 點之軌跡方程式爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{(x-1)^2}{5}+\dfrac{(y+1)^2}{9}=1$

解析：$\overline{AB}=4<\overline{PA}+\overline{PB}=6$ ∴爲橢圓中心$(1,-1)$，$c=2$，$a=3$，$b=\sqrt{5}$，直橢圓方程式

$\dfrac{(x-1)^2}{5}+\dfrac{(y+1)^2}{9}=1$

11、兩焦點爲$(-2,3)$，$(6,3)$，短軸之長爲 6 的橢圓之方程式爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{(x-2)^2}{25}+\dfrac{(y-3)^2}{9}=1$

解析：中心爲$(2,3)$，$c=4$，$b=3$，$a=5$ 的橫橢圓爲 $\dfrac{(x-2)^2}{25}+\dfrac{(y-3)^2}{9}=1$

12、設焦點爲$(1,1)$，對稱軸平行 x 軸，正焦弦長爲 8 之拋物線方程式爲＿＿＿＿或＿＿＿＿。

答案：$(y-1)^2=8(x+1)$，$(y-1)^2=-8(x-3)$

解析：$4|c|=8$ ∴ $c=\pm 2$，當 $c=2$，頂點爲$(-1,1)$，拋物線爲 $(y-1)^2=8(x+1)$

當 $c=-2$ 時頂點爲$(3,1)$，拋物線爲 $(y-1)^2=-8(x-3)$

13、設一橢圓之二焦點爲 $F(1,3)$，$F'(1,-3)$，長軸之長爲 10，則此橢圓之方程式爲＿＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{(x-1)^2}{16}+\dfrac{y^2}{25}=1$

解析：中心為(1,0)，$c = 3$，$a = 5$，$b = 4$ 的直橢圓為 $\frac{(x-1)^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$

14、已知橢圓中心為(–3,–2)，長軸有一端點為(–3,6)，正焦弦之長為 9，則其橢圓方程式為______，又其兩焦點間的距離為______。

答案：$\frac{(x+3)^2}{36}+\frac{(y+2)^2}{64}=1$, $4\sqrt{7}$

解析：$a = 8$ 又 $\frac{2b^2}{a}=9$ $\therefore b = 6$，又橢圓為直橢圓

$\therefore$方程式為 $\frac{(x+3)^2}{36}+\frac{(y+2)^2}{64}=1$，兩焦點間相距 $4\sqrt{7}$

15、設拋物線 Γ 頂點為(1 , 2)，其對稱軸平行於 y 軸，又通過點 $P(2 , 4)$，則 Γ 之方程式為______。

答案：$y = 2(x-1)^2+2$

解析：設 Γ：$y-2=a(x-1)^2$，代入(2 , 4)，得 $y=2(x-1)^2+2$

16、在△ABC 中，設 $\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{BC}=2$，有一拋物線 Γ 之頂點為 B，焦點為 C，又過 A 點，則 $\overline{AB}$ 之長為______。

答案：3

解析：設 $B(0,0)$，$C(2,0)$ $\therefore$拋物線為 $y^2=8x$，又 $\overline{AB}=\overline{AC}$

$\therefore$ A 坐標為$(1, 2\sqrt{2})$ $\therefore$ $\overline{AB}=3$

17、直線 $y = x + k$ 與拋物線 $y=-x^2+3x+5$ 相交於相異兩點 P、Q，(1)則 k 的範圍為______，(2)若 $\overline{PQ}=6\sqrt{2}$，則 $k =$ ______。

答案：$k < 6$, -3

解析：$\begin{cases} y=x+k \\ y=-x^2+3x+5 \end{cases} \Rightarrow x^2-2x+(k-5)=0$ $\therefore$ $D > 0$, $1-(k-5) > 0$, $k < 6$

若 $\overline{PQ}=6\sqrt{2}$，因 $m=1$ $\therefore |x_1-x_2|=6$ $\therefore (2)^2-4(k-5)=36$，$k = -3$

18、設橢圓之焦點為(–2,2)，又短軸落在直線 $x = 2$ 上，且圖形通過($2+2\sqrt{3}$,0)，則(1)此橢圓之中心坐標為______，(2)此橢圓方程式為______。

答案：(2,2)，$\frac{(x-2)^2}{24}+\frac{(y-2)^2}{8}=1$

解析：中心為(2,2)，$c = 4$，橢圓為橫橢圓，故可設其方程式為 $\frac{(x-2)^2}{b^2+16}+\frac{(y-2)^2}{b^2}=1$，

代入點($2+2\sqrt{3}$,0)，可得 $12b^2+4(b^2+16)=b^2(b^2+16)\Rightarrow b^4=64$，$b^2 = 8$

$\therefore$橢圓方程式為 $\frac{(x-2)^2}{24}+\frac{(y-2)^2}{8}=1$