

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：92.03.26	
範圍	2-1 集合+Ans	班級		姓名		
		座號				

一. 填充題 (每題 10 分)

- 1、二年乙班有 51 位學生，期中考時，物理及格，但化學不及格的有 27 人，兩科均不及格的有 8 人，兩科均及格的有 3 人，則化學及格但物理不及格的有_____人，物理及格或化學及格的有_____人。

答案：13, 43

解析：51 - 27 - 8 - 3 = 13

∴化學及格但物理不及格的有 13 人，物理及格或化學及格的有 27 + 3 + 13 = 43 人

- 2、自然數 945 的正因數共有_____個，又其正因數的總和為_____。

解析：945 = 3³ × 5 × 7 故正因數共有 4 × 2 × 2 = 16 個，又其正因數的總和為

$$(3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3)(5^0 + 5^1)(7^0 + 7^1)$$

$$= \frac{3^4 - 1}{3 - 1} \times \frac{5^2 - 1}{5 - 1} \times \frac{7^2 - 1}{7 - 1}$$

$$= 40 \times 6 \times 8 = 1920$$

- 3、從 1 到 500 的整數中，3 或 5 或 7 的倍數共有_____個。

答案：216

解析：1 到 500 的整數中，3 的倍數有 $\left[\frac{500}{3} \right] = 166$ 個

$$5 \text{ 的倍數有 } \left[\frac{500}{5} \right] = 100 \text{ 個，} 7 \text{ 的倍數有 } \left[\frac{500}{7} \right] = 71 \text{ 個}$$

$$15 \text{ 的倍數有 } \left[\frac{500}{15} \right] = 33 \text{ 個，} 21 \text{ 的倍數有 } \left[\frac{500}{21} \right] = 23 \text{ 個}$$

$$35 \text{ 的倍數有 } \left[\frac{500}{35} \right] = 14 \text{ 個，} 105 \text{ 的倍數有 } \left[\frac{500}{105} \right] = 4 \text{ 個}$$

$$\therefore 3 \text{ 或 } 5 \text{ 或 } 7 \text{ 的倍數有 } 166 + 100 + 71 - 33 - 23 - 14 + 4 = 271$$

- 4、從 201 到 500 的整數中，3 或 5 的倍數共_____個，又是 3 的倍數，又與 5 互質的數共有_____個。

答案：140, 80

解析：201 到 500 的整數中 3 的倍數共有 100 個，

201 到 500 的整數中 5 的倍數共有 60 個，

201 到 500 的整數中 15 的倍數共有 20 個，

故 201 到 500 的整數中 3 或 5 的倍數共 140 個

又 201 到 500 的整數中是 3 的倍數又與 5 互質的數共有 80 個

- 5、從 1 到 600 的連續自然數中與 15 互質的有_____個。

答案：320

三. 計算與證明題 (每題 10 分)

- 1、設 $S = \{a, b, c\}$ 試寫出 2^S (S 的所有部分集合所成的集合) 的表列式。

答案：2^S = { $\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ }

答案：從 3 個括號中各取 1 項出來相乘，得到展開式中的一項。故共有 $3 \times 4 \times 2 = 24$ 項。

2、設 $A = \{\text{高一, 高二, 高三}\}$ ， $B = \{\text{甲班, 乙班, 丙班, 丁班}\}$ ，試寫出 $A \times B$ 。

答案： $A \times B = \{(\text{高一, 甲班}), (\text{高一, 乙班}), (\text{高一, 丙班}), (\text{高一, 丁班}), (\text{高二, 甲班}), (\text{高二, 乙班}), (\text{高二, 丙班}), (\text{高二, 丁班}), (\text{高三, 甲班}), (\text{高三, 乙班}), (\text{高三, 丙班}), (\text{高三, 丁班})\}$

3、試求從 400 到 1500 的整數中，不是 3 的倍數也不是 5 的倍數又不是 7 的倍數者，總共有幾個？

答案：3 和 5 的最小公倍數為 15。

3 和 7 的最小公倍數為 21。

5 和 7 的最小公倍數為 35。

3, 5, 7 的最小公倍數為 105。

3 的倍數共有 $\left[\frac{1500}{3} \right] - \left[\frac{399}{3} \right] = 367$ 個。

5 的倍數共有 $\left[\frac{1500}{5} \right] - \left[\frac{399}{5} \right] = 221$ 個。

7 的倍數共有 $\left[\frac{1500}{7} \right] - \left[\frac{399}{7} \right] = 157$ 個。

15 的倍數共有 $\left[\frac{1500}{15} \right] - \left[\frac{399}{15} \right] = 74$ 個。

21 的倍數共有 $\left[\frac{1500}{21} \right] - \left[\frac{399}{21} \right] = 52$ 個。

35 的倍數共有 $\left[\frac{1500}{35} \right] - \left[\frac{399}{35} \right] = 31$ 個。

105 的倍數共有 $\left[\frac{1500}{105} \right] - \left[\frac{399}{105} \right] = 11$ 個。

$$(367 + 221 + 157) - (74 + 52 + 31) + 11 = 599$$

$$(1500 - 400 + 1) - 599 = 502 \quad \text{故共有 502 個。}$$

12、從 1 到 300 的整數中，與 35 互質的整數共有多少個？

答案：5 的倍數有 5, 10, 15, ..., 300。其個數為 $\left[\frac{300}{5} \right] = 60$

7 的倍數有 7, 14, 21, ..., 294。其個數為 $\left[\frac{300}{7} \right] = 42$

5 和 7 的最小公倍數為 35，故 35 的倍數有 35, 70, 105, ..., 280。

其個數為 $\left[\frac{300}{35} \right] = 8$

5 或 7 的倍數之個數為 $60 + 42 - 8 = 94$ 故共有 94 個。