高雄市明誠中學 高二普通科 數學平時測驗 日期：92.03.05							
範圍		班級		姓名		得分	
		座號					

一. 單一選擇題 (每題 6 分)

1、(D) 坐標平面上有一雙曲線，已知共軛軸為 $x+1=0$，有一頂點為$(-4,-1)$，有一焦點為$(4,-1)$，則雙曲線的共軛軸長為(A) $2\sqrt{7}$ (B) $4\sqrt{2}$ (C)6 (D)8 (E)10

解析：共軛軸 $x=-1$，頂點為$(-4,-1)$ $\therefore$ 貫軸為 $y=-1$，中心為$(-1,-1)$，$a=3$

焦點$(4,-1)$ $\therefore$ $c=5$，$b=4$ $\therefore$ 共軛軸長為 8

2、(D) 設 $A(-2,1)$，$B(4,2)$，P 點滿足 $\left|\overline{PA}-\overline{PB}\right|=8$，則 P 點所形成之軌跡圖形為(A)二射線 (B)雙曲線 (C)一射線 (D)沒有圖形 (E)雙曲線的一支

解析：$\overline{AB}=\sqrt{36+1}=\sqrt{37}<8$，故沒有圖形

3、(C) 雙曲線 $\dfrac{y^2}{k}-\dfrac{x^2}{4}=1$ 上任一點到二漸近線距離之乘積為 $\dfrac{12}{5}$，則 $k=$(A)3 (B)7 (C)6 (D)5 (E)1

解析：雙曲線上任一點到二漸近線距離之乘積為 $\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ $\therefore$ $\dfrac{4k}{4+k}=\dfrac{12}{5}$ $\therefore$ $k=6$

4、(C) 設雙曲線 $\left|\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}-\sqrt{(x-4)^2+(y-9)^2}\right|=6$，則共軛軸長為(A)6 (B)10 (C)8 (D) $2\sqrt{7}$ (E) $2\sqrt{34}$

解析：雙曲線兩焦點 $F(-2,1)$，$F'(4,9)$，$\overline{FF'}=10>6$ $\therefore$ $a=3, c=5, b=4$，共軛軸長為 8

5、(A) 一雙曲線的二頂點為$(0,3)$，$(0,-1)$，一漸近線之斜率為 $\dfrac{4}{3}$，則其方程式為

(A) $\dfrac{4(y-1)^2}{16}-\dfrac{4x^2}{9}=1$ (B) $\dfrac{4x^2}{9}-\dfrac{4(y-1)^2}{16}=1$ (C) $\dfrac{4(y-1)^2}{9}-\dfrac{4x^2}{16}=1$

(D) $\dfrac{(y-1)^2}{4}-\dfrac{x^2}{3}=1$ (E) $\dfrac{4x^2}{16}-\dfrac{4(y-1)^2}{9}=1$

解析：雙曲線的中心為$(0,1)$，$a=2$，且貫軸平行 y 軸 $\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{4}{3}$ $b=\dfrac{3}{2}$

$\therefore$ 雙曲線為 $\dfrac{(y-1)^2}{4}-\dfrac{x^2}{\frac{9}{4}}=1$

二. 填充題 (每題 10 分)

1、雙曲線 $\left|\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}-\sqrt{(x-8)^2+(y-7)^2}\right|=8$ 之中心坐標為________，正焦弦長為________，兩頂點坐標為_________和_________，漸近線與貫軸長之夾角為 θ，則 $\sin\theta=$__________。

答案：$(5,3)$, $\dfrac{9}{2}$, $(\dfrac{37}{5},\dfrac{31}{5})$, $(\dfrac{13}{5},-\dfrac{1}{5})$, $\dfrac{3}{5}$

解析：$F(2,-1)$，$F'(8,7)$，中心$(5,3)$，$a=4, c=5, b=3$，正焦弦長 $\dfrac{9}{2}$

頂點坐標 $(5,3)\pm 4\times(\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5})=(\dfrac{37}{5},\dfrac{31}{5})$和$(\dfrac{13}{5},-\dfrac{1}{5})$

貫軸與漸近線之夾角 θ，其 $\left|\tan\theta\right|=\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{4}$ $\therefore \sin\theta=\dfrac{3}{5}$

2、已知雙曲線之貫軸長等於共軛軸長時，稱爲等軸雙曲線，若有一等軸雙曲線之中心爲(1,1)又經過點(3,1)，已知其一漸近線方程式爲 $x-3y+2=0$ 則另一條漸近線爲＿＿＿＿＿＿，又此等軸雙曲線的方程式爲＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$3x+y-4=0,\ (3x+y-4)(x-3y+2)=12$

解析：等軸雙曲線漸近線互相垂直，又中心爲(1,1)　故另一條漸近線爲 $3x+y-4=0$

雙曲線方程式爲 $(3x+y-4)(x-3y+2)=k$，代入(3,1) $\therefore\ k=12$

$\therefore\ (3x+y-4)(x-3y+2)=12$

3、設方程式 $\dfrac{x^2}{2t-1}+\dfrac{y^2}{t^2-4}=1$ 的圖形爲雙曲線，則 t 的範圍爲＿＿＿＿＿＿，又若此雙曲線之貫軸爲 x 軸，則 t 的範圍爲＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$t<-2$ 或 $\dfrac{1}{2}<t<2,\ \dfrac{1}{2}<t<2$

解析：$\because$ 圖形爲雙曲線　$\therefore\ (2t-1)(t^2-4)<0$　$\therefore\ t<-2$ 或 $\dfrac{1}{2}<t<2$

若貫軸爲 x 軸，則 $2t-1>0,\ t^2-4<0$　$\therefore\ \dfrac{1}{2}<t<2$

4、一雙曲線的中心爲(1,–2)，一頂點爲(–1,–2)，一漸近線爲 $2x+y=0$，則求此雙曲線之方程式爲＿＿＿＿。

答案：中心(1,–2)，$a=2$，漸近線斜率爲–2　$\therefore\ \dfrac{b}{a}=2$　$\therefore\ b=4$　橫雙曲線 $\dfrac{(x-1)^2}{4}-\dfrac{(y+2)^2}{16}=1$

5、設雙曲線方程式爲 $4x^2-9y^2+8x+36y+4=0$，則其中心坐標爲＿＿＿＿＿，其漸近線方程式爲＿＿＿＿＿＿＿，又其共軛雙曲線方程式爲＿＿＿＿＿。

答案：$(-1,2),\ 2x+3y-4=0$ 和 $2x-3y+8=0,\ 4(x+1)^2-9(y-2)^2=36$

解析：$4(x+1)^2-9(y-2)^2=-36$　$\therefore$ 中心爲(-1,2)　其共軛雙曲線爲 $4(x+1)^2-9(y-2)^2=36$

其漸近線爲 $2(x+1)\pm 3(y-2)=0$ 即 $2x+3y-4=0$ 和 $2x-3y+8=0$

6、與雙曲線 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 共焦點且通過點(4,0)的雙曲線方程式爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$

解析：與雙曲線 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 共焦點之雙曲線爲 $\dfrac{x^2}{9+t}-\dfrac{y^2}{16-t}=1$，代入(4,0)得 $t=7$

$\therefore$ 雙曲線爲 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$

7、一雙曲線過一點 $P(10,25)$，而兩漸近線爲 $2x+y+5=0$，$2x-y+7=0$，則此雙曲線之方程式爲＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$(2x+y+5)(2x-y+7)=100$

解析：設雙曲線爲 $(2x+y+5)(2x-y+7)=k$，代入(10,25)

$\Rightarrow (2x+y+5)(2x-y+7)=100$

8、已知雙曲線的焦點爲(1,4)，又漸近線爲 $4x+3y=1$ 和 $4x-3y=7$，則雙曲線方程式爲＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{(x-1)^2}{9}-\dfrac{(y+1)^2}{16}=1$

解析：∵ $\begin{cases}4x+3y=1\\4x-3y=7\end{cases}$，中心為$(1,-1)$，又焦點$(1,4)$，所求為開口上下之雙曲線，∴漸近線斜率

$m=\pm\dfrac{a}{b}=\pm\dfrac{4}{3}$；設$a=4k,b=3k\Rightarrow c=\sqrt{a^2+b^2}=5k$　∵焦點為$(1,4)$，中心為$(1,-1)$

∴ $c=5$　∴ $k=1$　∴ $a=4,b=3$　∴雙曲線為 $-\dfrac{(x-1)^2}{9}+\dfrac{(y+1)^2}{16}=1$

9、設雙曲線之中心為$(2,-1)$，貫軸長為共軛軸長的 3 倍，且頂點在$y=-1$上，圖形通過$(-3,\dfrac{1}{3})$，則雙曲線方程式為______，又正焦弦長為______。

答案：$\dfrac{(x-2)^2}{9}-\dfrac{(y+1)^2}{1}=1$，$\dfrac{2}{3}$

解析：雙曲線中心$(2,-1)$ 又$a=3b$，頂點在$y=-1$上　∴ 雙曲線為$\dfrac{(x-2)^2}{9b^2}-\dfrac{(y+1)^2}{b^2}=1$，

代入$(-3,\dfrac{1}{3})$　則$b=\pm1$（但$b>0$），$a=3$　∴ 雙曲線為$\dfrac{(x-2)^2}{9}-\dfrac{(y+1)^2}{1}=1$，

正焦弦長$\dfrac{2}{3}$

10、設雙曲線$x^2-y^2+2x+6y-10=0$與$x^2-y^2+2x+6y+k=0$互為共軛雙曲線，則$k=$______。

答案：-6

解析：$(x+1)^2-(y-3)^2=2$其共軛雙曲線為$(x+1)^2-(y-3)^2=-2$

$\Rightarrow x^2-y^2+2x+6y-6=0$　∴ $k=-6$

11、設圓$C_1:(x+1)^2+y^2=9$，圓$C_2:(x-5)^2+y^2=1$，現在有一動圓與圓C_1與圓C_2同時外切或同時內切，則此動圓之圓心軌跡方程式為______。

答案：$\dfrac{(x-2)^2}{1}-\dfrac{y^2}{8}=1$

解析：設動圓C半徑為r，圓心為P，$F'(-1,0)$，$F(5,0)$

$\Rightarrow$若動圓C與兩圓同時外切$\Rightarrow \overline{PF}=r+1,\ \overline{PF'}=r+3$

∴ $\overline{PF'}-\overline{PF}=2$，若動圓$C$與兩圓同時內切，則$\overline{PF}=r-1$，$\overline{PF'}=r-3$　∴ $\overline{PF}-\overline{PF'}=2$

$\Rightarrow\left|\overline{PF}-\overline{PF'}\right|=2$　又$\overline{FF'}=6$　∴ $c=3$，$a=1$，中心$(2,0)$　$b=2\sqrt{2}$

∴ 圓心軌跡為$\dfrac{(x-2)^2}{1}-\dfrac{y^2}{8}=1$