高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：92.02.19					
範圍	1-1 拋物線+Ans	班級		姓名	
		座號			

一. 單一選擇題 (每題 5 分)

1、(B) 拋物線 $y^2+2y-4x+5=0$ 之頂點坐標為 (A)$(-1,1)$ (B)$(1,-1)$ (C)$(1,0)$ (D)$(0,1)$ (E)$(2,-1)$

解析：$(y+1)^2=4x-4$　∴ 頂點為 (1 , -1)

2、(C) 拋物線 $y^2=4x-2y-5$ 之準線方程式為 (A)$x=2$ (B)$x=1$ (C)$x=0$ (D)$y=-1$ (E)$y=-2$

解析：$(y+1)^2=4(x-1)$ 為開口向右，$c=1$ 之拋物線　∴ 準線為 $x=0$

3、(C) 設拋物線 $y=x^2-2x+5$ 之焦點坐標為

(A)$(2,4)$ (B)$(1,4)$ (C)$(1,\frac{17}{4})$ (D)$(1,5)$ (E)$(\frac{5}{4},4)$

解析：$y=(x-1)^2+4$　∴ 頂點為 (1 , 4) 又 $4c=1$，$c=\frac{1}{4}$　開口向上

∴ 焦點為$(1,\frac{17}{4})$

三. 填充題 (每題 10 分)

1、拋物線 $x^2+6x+4y+1=0$ 之頂點為______，又準線方程式為______。

答案：$(-3,2)$，$y=3$

解析：$(x+3)^2=-4y+8$　∴ $(x+3)^2=-4(y-2)$　∴頂點為$(-3,2)$

又 $c=-1$，開口向下，故準線為 $y=3$

2、設二拋物線 $y=3x^2+6x+3+2a$ 與 $y=-2x^2+4bx+3-2b^2$ 共頂點，則此頂點坐標為______，又 $a=$______，$b=$______。

答案：$(-1,3)$, $\frac{3}{2}$, -1

解析：$y=3(x+1)^2+2a$ 與 $y=-2(x-b)^2+3$ 共頂點

∴ $b=-1$，$2a=3$　∴ $a=\frac{3}{2}$，頂點為$(-1,3)$

3、設拋物線之焦點為(3 , 1)，準線為 $y=-1$，則此拋物線方程式為______。

答案：$(x-3)^2=4y$

解析：頂點為(3 , 0)，$c=-1$，開口向上，故拋物線方程式為 $(x-3)^2=4y$

4、設Γ為以 $y+1=0$ 為軸，且過兩點 $A(3,1)$，$B(9,3)$的拋物線，則Γ的焦點為______。

答案：$(\frac{3}{2},-1)$

5、設圖形Γ為直線 L：$x-y+1=0$ 與點 $F(0,-3)$等距離的所有點所成的圖形，則Γ之方程式為______。

答案：$x^2+2xy+y^2-2x+14y+17=0$

解析：$\frac{|x-y+1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{(x)^2+(y+3)^2}\Rightarrow x^2+2xy+y^2-2x+14y+17=0$

6、設焦點為(1 ,1)，對稱軸平行 x 軸，正焦弦長為 8 之拋物線方程式為______或______。

答案：$(y-1)^2=8(x+1)$，$(y-1)^2=-8(x-3)$

解析：$4|c|=8$　$\therefore$　$c=\pm 2$，當 $c=2$，頂點爲$(-1\ ,1)$，拋物線爲$(y-1)^2=8(x+1)$

　　　當 $c=-2$ 時頂點爲$(3\ ,1)$，拋物線爲$(y-1)^2=-8(x-3)$

7、設拋物線 Γ 頂點爲$(1\ ,2)$，其對稱軸平行於 y 軸，又通過點 $P(2\ ,4)$，則 Γ 之方程式爲______。

答案：$y=2(x-1)^2+2$

解析：設 Γ：$y-2=a(x-1)^2$，代入$(2\ ,4)$，得 $y=2(x-1)^2+2$

8、拋物線 $4y^2+4y-12x+13=0$ 之頂點爲______，焦點爲______，對稱軸爲______，準線爲______。

答案：$(1\ ,-\frac{1}{2})$，$(\frac{7}{4},-\frac{1}{2})$，$y=-\frac{1}{2}$，$x=\frac{1}{4}$

解析：$4(y+\frac{1}{2})^2=12(x-1)$　$\therefore$　頂點爲$(1\ ,-\frac{1}{2})$，$c=\frac{3}{4}$，焦點爲$(\frac{7}{4},-\frac{1}{2})$，

　　　對稱軸爲　　$y=-\frac{1}{2}$，準線 $x=\frac{1}{4}$

9、設拋物線 Γ 之焦點爲(1,3)，準線爲 $2x+y+5=0$，則其頂點爲______，對稱軸爲______。

答案：$(-1,2)$, $x-2y+5=0$

解析：焦點(1,3)對準線 $2x+y+5=0$ 之投影點爲 $(1,3)-\frac{10}{\sqrt{5}}\cdot\frac{(2,1)}{\sqrt{5}}=(-3,1)$

　　　$\therefore$　頂點爲$(-1,2)$，對稱軸爲 $x\text{-}2y+5=0$

11、求過點 $A(6,5)$，且與拋物線 $\Gamma: y^2-4x+6y+5=0$ 共軸、共焦點的拋物線方程式。______（有兩解）

答案：$(y+3)^2=-32(x-8)$ 或 $(y+3)^2=8(x+2)$

12、試求頂點爲$(-2\ ,-1)$，對稱軸平行 y 軸，正焦弦長爲 5 之拋物線方程式爲______或______。

答案：$(x+2)^2=5(y+1)$，$(x+2)^2=-5(y+1)$

解析：$4|c|=5$　$\therefore$　$c=\pm\frac{5}{4}$　$\therefore$　拋物線爲 $(x+2)^2=5(y+1)$ 或 $(x+2)^2=-5(y+1)$

四. 計算與證明題 (每題 10 分)

1、試求對稱軸平行於 x 軸，而過 $A(-12,-3)$, $B(4,1)$, $C(3,2)$三點的拋物線之方程式。

答案：設此拋物線之方程式爲　　$x=ay^2+by+c$

　　　將 $A(-12,-3)$代入　　$-12=9a-3b+c$

　　　將 $B(4,1)$代入　　$4=a+b+c$

　　　將 $C(3,2)$代入　　$3=4a+2b+c$

　　　解出 $a=-1, b=2, c=3$

　　　此拋物線之方程式爲　　$y^2+x-2y-3=0$

2、試求下列到定點 F 的距離等於到定直線 L 的距離之動點的軌跡方程式。

(1) 定點爲 $F(1,-2)$，定直線爲 $L: y=4$。

(2) 定點爲 $F(-3,2)$，定直線爲 $L: 4x-3y-12=0$。

答案：(1) $P(x,y)$到 $F(1,-2)$的距離$=P(x,y)$到 L 的距離之充要條件爲

$$\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=|y-4|$$

平方　　$(x-1)^2+(y+2)^2=(y-4)^2$

展開　　$(x-1)^2+y^2+4y+4=y^2-8y+16$

移項　　$(x-1)^2=-12y+12$

即　　$(x-1)^2=-12(y-1)$

故所求軌跡之方程式為$(x-1)^2=-12(y-1)$。

(2) $P(x, y)$到 $F(-3, 2)$的距離 $=P(x, y)$到 L 的距離之充要條件為

$$\sqrt{(x+3)^2+(y-2)^2}=\frac{|4x-3y-12|}{\sqrt{4^2+3^2}}$$

平方　　$25[(x+3)^2+(y-2)^2]=(4x-3y-12)^2$

展開　　$25(x^2+6x+9+y^2-4y+4)=16x^2-24xy+9y^2-96x+72y+144$

移項　　$9x^2+24xy+16y^2+246x-172y+181=0$

故所求軌跡之方程式為$9x^2+24xy+16y^2+246x-172y+181=0$